Wolters-Noordhoff

Organaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Vakblad voor de wiskundeleraar

Euclides

816
357
492

jaargang 68 1992 | 1993 april

● Euclides ● ● ● ●

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 9 maal per cursusjaar.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Voorzitter Dr. J. van Lint, Spiekerbrink 25, 8034 RA Zwolle, tel. 038-53 99 85.
Secretaris Drs. J. W. Maassen, Traviatastraat 132, 2555 VJ Den Haag.
Ledenadministratie F. F. J. Gaillard, Jorisstraat 43, 4834 VC Breda, tel. 076-65 32 18; fax 076-65 32 18.
Giro: 143917 t.n.v. Ned. Ver. v. Wiskundeleraren te Amsterdam.

De contributie bedraagt ƒ55,00 per verenigingsjaar; studentleden en Belgische leden die ook lid zijn van de V.V.W.L. ƒ37,50; contributie zonder Euclides ƒ30,00.
Adreswijziging en opgave van nieuwe leden (met vermelding van evt. gironummer) aan de ledenadministratie.
Opzeggingen vóór 1 juli.

ISSN 01.65-0394

Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen worden in drievoud ingewacht bij drs. M. C. van Hoorn, Noordersingel 12, 9901 BP Appingedam. Zij dienen machinaal geschreven te zijn en bij voorkeur te voldoen aan:
- ruime marge
- regelafstand van 2
- 48 regels per kolom
- maximaal 47 aanslagen per regel

en liefst voorzien te zijn van (genummerde) illustraties
- die gescheiden zijn van de tekst
- aangeleverd in zo origineel mogelijke vorm
- waar nodig voorzien van bijschriften

De auteur van een geplaatst artikel ontvangt kosteloos 5 exemplaren van het nummer waarin het artikel is opgenomen.

Abonnementen niet-leden

Abonnementsprijs voor niet-leden ƒ63,00. Een collectief abonnement (6 ex. of meer) kost per abonnement ƒ41,00.
Niet-leden kunnen zich abonneren bij:
Wolters-Noordhoff bv, afd. Verkoopadministratie, Postbus 567, 9700 AN Groningen, tel. 050-22 68 86.
Giro: 1308949.
Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen tot zij een acceptgirokaart hebben ontvangen.
Abonnementen gelden telkens vanaf het eerstvolgend nummer. Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag leverbaar na vooruitbetaling van het verschuldigde bedrag.
Annuleringen dienen minstens één maand voor het einde van de jaargang te worden doorgegeven.
Losse nummers ƒ11,00 (alleen verkrijgbaar na vooruitbetaling).

Advertenties

Advertenties zenden aan:
ACQUI' MEDIA, Postbus 2776, 6030 AB Nederweert.
Tel. 04951-2 65 95. Fax. 04951-2 60 95.

Inhoud



Instortingsgevaar in Amsterdam?

▶ Jaarvergadering NVvW Taal bij het wiskunde-onderwijs

Victor Schmidt

I Inleiding

De jaarvergadering annex studiedag van de NVvW kent al sinds mensenheugenis een vaste vorm. Het leeuwedeel van de dag wordt voor studie en uitwisseling van ervaringen gereserveerd, aan de hand van een van tevoren bepaald thema. De statutaire jaarvergadering, zoals elke vereniging die kent, wordt vrijwel geheel in de ochtenduren afgehandeld. Alleen de rondvraag komt 's middags aan het eind.



Drukte bij de inschrijving.

Ook het themadeel kent sinds enige jaren een min of meer vaste structuur. Naast het volgen van een of twee plenaire lezingen kunnen de deelnemers vooraf, of op de dag zelf, intekenen voor een scala aan werkgroepen, waarin deelaspecten van het centrale thema aan de orde komen.

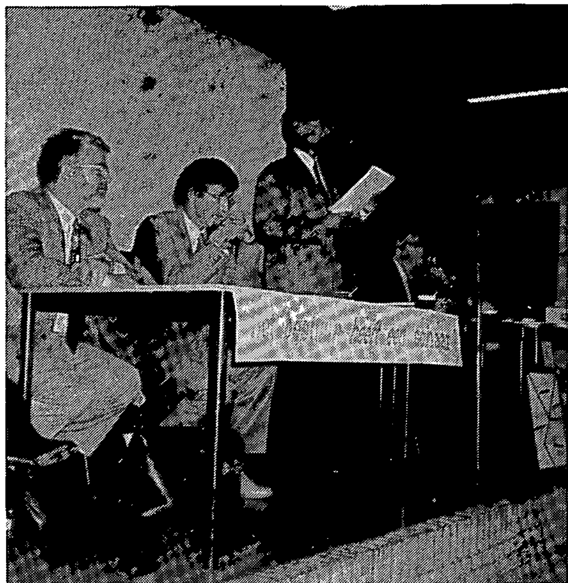
De jaarrede van de voorzitter

Dit jaar waren vorm en structuur niet anders. Op 7 november j.l. om tien over tien opende voorzitter Van Lint het huishoudelijk gedeelte. Centraal onderdeel daarin is de jaarrede, een mengeling van terugblik en vooruitblik, voor te lezen door de voorzitter van de vereniging. Enige tijd later wordt de jaarrede naar gebruik integraal in Euclides afgedrukt. (Zie bladzijde 216.)

Van Lint kon terugblikken op een veelbewogen jaar, ja, zelfs op een veelbewogen periode van meerdere jaren van leerplanontwikkeling in de onderbouw. Met de aanbieding van het eindrapport van de COW aan de staatssecretaris was een periode van discussie over de inhoud van het nieuwe leerplan afgerond. Het bestuur stemt in grote lijnen in met de eindvoorstellen van de COW. Op details, zoals de rol van wiskunde als cultuurvak op het vwo en de nascholing van docenten, heeft de vereniging kritiek laten horen.

Het ontwikkelfront is nu niet werkloos; de inhoud van het vak wiskunde B op het vwo wordt aan een kritische beschouwing onderworpen, enerzijds vanwege de invloed van de graphic calculator, anderzijds op grond van klachten uit de universitaire wereld. Afgelopen schooljaar werden voor het eerst de nieuwe examenprogramma's op het havo afgenomen. Over het A-examen bestaat qua resultaten tevredenheid. Dat geldt in mindere mate voor het examen wiskunde B. Het bestuur denkt dat er te weinig lesuren voor het vak op de urentabel staan. Daarnaast streeft het bestuur in dit kader naar een beter contact met het hbo; zo zal er een inventarisatie plaats vinden van onderwerpen, die in het hbo aan de orde komen. Betwijfeld moet worden of het hbo in staat is met één stem te spreken.

De relatie met de redactie van Euclides is aan de beterende hand, laat de voorzitter weten. Overwogen wordt om het eigendomsrecht van het tijdschrift over te schrijven op naam van de vereniging. De consequenties hiervan worden onderzocht.



Van Lint spreekt de jaarrede uit.

Het bestuur heeft zich blijkens de jaarrede bezonnen op het lange-termijnbeleid. Men denkt onder andere aan regionalisering, door het opzetten van regionaal opererende werkgroepen, die een scala aan activiteiten zullen ontwikkelen. De regionale bijeenkomsten lijken een belangrijke voorhoedefunctie vervuld te hebben; ze zullen een vast onderdeel van het jaarprogramma vormen. Naast regionalisering streeft de vereniging ook naar uitbouw richting hbo, mbo en vbo. Daarnaast denkt het bestuur de samenwerking met de NVORWO te intensiveren. De didactiekprijsvraag die door beide verenigingen is uitgeschreven kan daartoe een begin zijn. Al met al spreekt uit de jaarrede een meer dynamische toon dan in vroegere uitgaven. Was er in de jaarrede eertijds sprake van 'kritisch volgen' van leerplanontwikkelingen, nu lijkt de vereniging zelf meer activiteiten op de rails te willen zetten. De slotzin van de jaarrede 'De NVvW komt naar u toe. Wat doet u?' geeft aan dat het bestuur haar ambitieuze plannen niet alléén kan verwezenlijken. Men zoekt naar actieve leden in de regio.

Huishoudelijke zaken

Normaliter bestaat de rest van het huishoudelijk gedeelte, afgezien van de rondvraag, uit hamerstukken. Ook dit jaar was er geen kritiek op notulen, jaarverslagen en kascommissieverslag en -samenstelling. De voorgenomen contributieverhoging met ingang van volgend schooljaar werd geïllustreerd aan de hand van een ruwe begroting voor dat jaar. Niet eerder werd de leden een blik gegund in de financiële plannen op langere termijn. De contributieverhoging werd goedgekeurd.

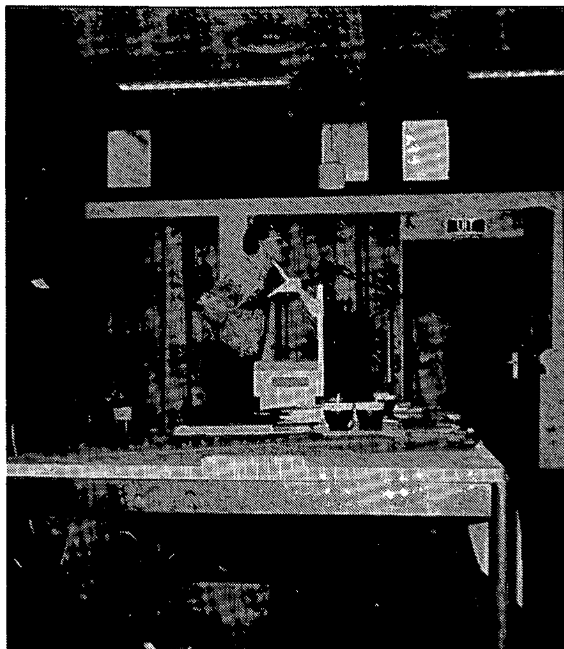
Het themagedeelte

Tegen elven maakte het bestuur het podium vrij voor de inleider van het themagedeelte, Harrie Broekman. Inleider haalde 27 oktober 1979 aan, toen de studiedag handelde over de 'kleine dagelijkse dingen die het in het onderwijs doen' (vrij naar Saskia en Serge), en vroeg zich af of taal en taalgebruik onder deze kleine dingen gerekend moest worden.

In de loop van de jaren hebben gezaghebbende figuren in de wereld van het wiskundeonderwijs, zoals Meester, Kemme, Van Erp, Doevendans en Van Dormolen hun licht laten schijnen op de taal in en van wiskunde en wiskundeonderwijs. De organisatoren van de studiedag hadden Fred Weerman, een taalwetenschapper aan de RU Utrecht en Joop van Dormolen, welbekend, bereid gevonden de plenaire lezingen te verzorgen. Diverse aspecten van taal en gebruik van taal om leerprocessen te ondersteunen zouden door beide sprekers aan de orde gesteld worden.

II De lezing van Fred Weerman

Fred Weerman had de moeilijke taak als Neerlandicus een zaal wiskundeleraren toe te spreken. Hij kweet zich, zo was nadien in de wandelgangen te horen, goed van zijn taak. Zijn voordracht concentreerde zich op de overeenkomsten tussen het leren van natuurlijke taal en de taal van de wiskunde. Daarbij wees hij op een artikel uit de wetenschapsbijlage van de Volkskrant van medio oktober. In dat artikel werd gesuggereerd dat kinderen op zeer jonge leeftijd al op de hoogte zijn van bepaalde rekenkundige principes. Het populaire onderscheid tussen een talenknobbel en een wiskundeknobbel zou daarom wel eens op een misvatting kunnen berusten.



Fred Weerman tijdens zijn voordracht.

De moedertaal

Weerman vertelde zijn gehoor eerst hoe een kind zijn moedertaal leert. Het blijkt dat een kind op vroege leeftijd al in staat is eenvoudige principes van de grammatica van zijn moedertaal te leren, zoals betreffende de woordvolgorde in een zin. Hij beheerst deze principes perfect en kan zinnen met een onjuiste opbouw direct herkennen. Het lijkt erop dat genetische factoren bepalend zijn voor deze eigenschap. Binnen die factoren is er nog ruimte voor keuzemogelijkheden, die echter in de eerste levensfase worden vastgelegd. Vanaf dat fixatiemoment beschouwt een kind een grammaticaal principe als enig juiste. Die fixatie verstoort op zijn beurt het leren van vreemde talen. Grammaticale regels uit een vreemde taal worden veel minder scherp in het geheugen gegrift en worden dan ook lang niet altijd perfect beheerst.

Woordenkennis krijgt een kind pas op latere leeftijd. Een zin als 'do sprokt kol een prog' is voor een kleuter correct, want hij voldoet aan de regels voor de zinsopbouw. Pas als het kind ouder is, ziet het in dat de woorden in de zin niet tot het Nederlands behoren. De woordenschat van een kind groeit van hoog-frequente woorden waarbij een kind een voorstelling kan maken (zoals 'boom'), via hoog-frequente woorden, die niet iets tastbaars voorstellen (zoals 'jaar') tot laag-frequente woorden, die wel weer iets voorstellen (zoals 'kameel'). Dit basisidioom wordt pas op latere leeftijd uitgebreid met laag-frequente woorden zonder concrete voorstelling, zoals 'hoewel' of 'bepalen'. Dan kan een kind ook ingewikkelder zinsconstructies maken dan in zijn eerste levensfase.

De wiskundige taal

Zou het leren van rekenen en wiskunde op een vergelijkbare manier verlopen? Er bestaan overeenkomsten tussen natuurlijke taal en (de taal van) de wiskunde. Zo kent elke natuurlijke taal een aantal kenmerken. Een taal kent een grammatica: woorden worden op een voorgeschreven wijze tot zinnen samengevoegd. Een taalelement, of dat nu een tekst of een zin of een woord is, kent daarnaast een betekenis. Taalelementen zijn in het algemeen op te delen in kleinere elementen: een tekst bestaat uit zinnen, zinnen uit woorden, woorden uit keelklanken. Het is mogelijk elementen in een taal te manipuleren; een gezegde in een zin kan bijvoorbeeld van tegenwoordige tijd naar verleden tijd omgezet worden of juist omgekeerd. Tenslotte kent een taal recursiviteit. Door bijvoorbeeld bijzinnen aan hoofdzinnen te koppelen, die zelf weer een bijzin bevatten, die ook een bijzin bevatten, enzovoorts, kunnen in principe oneindig lange zinnen geconstrueerd worden.



Zijn gehoor.

Wiskundetaal als kunsttaal

Wiskundetaal kan in deze context als een kunsttaal worden beschouwd. Kunsttalen onderscheiden zich van natuurlijke talen door de afwezigheid van dubbelzinnigheden, door de afwezigheid van klanken, door een beperkte zeggingskracht en door het gebruik van vaktaal. Toch kent ook wiskundetaal grammaticale regels. We schrijven $8 + 2 = 10$ in plaats van $+ 8 2 = 10$. Ook is het mogelijk aan een 'zin' als $8 + 2 = 10$ of $8 + 3 = 10$ een betekenis toe te kennen, namelijk waar of onwaar. Daarnaast is een taalelement als $8 + 2 = 10$ te ontleden in kleinere onderdelen als 8, 2, 10, + en =. Manipulaties zijn in de wiskunde schering en inslag. De berekening $8 + 2 = 10$ kan worden omgezet in $2 + 8 = 10$ of $10 = 2 + 8$. Het oplossen van een vergelijking is niets anders dan op de vergelijking een aantal manipulaties toe te passen. Recursiviteit tenslotte komt in de wiskunde onder andere tot uiting in de mogelijkheid berekeningen willekeurig ver uit te breiden.

Het leren van wiskunde

Wie bovenstaande overeenkomsten analyseert, kan het leren van een taal vergelijken met het leren van wiskunde. Betekent dat dat een kind van nature noties heeft meegekregen over rekenkundige bewerkingen en dat het getallensysteem pas op latere leeftijd geleerd wordt? Weerman ging niet zover de parallel tot het uiterste door te trekken. Wel besteedde hij aandacht aan het overgangsgebied tussen natuurlijke en wiskundige taal, contextrijk wiskundeonderwijs. Een context is in het algemeen in een natuurlijke taal beschreven. Eerst dient de leerling de betekenis van het verhaal te doorzien, wat een beroep doet op de taalkundige vaardigheden van de leerling. Dan moet de betekenis van de context in de formele wiskundige taal worden getransformeerd. De aldus in wiskundige taal geformuleerde probleemstelling wordt gemanipuleerd tot een oplossing, ook in wiskundige taal. Deze bezigheid vereist van de leerlingen wiskundige vaardigheden. De oplossing wordt tenslotte van wiskundige taal naar natuurlijke taal omgezet. Taalkunde en wiskunde ontmoeten elkaar op het moment dat de betekenis die een leerling aan een context hecht, omgezet moet worden in de taal van de wiskunde. Die fase veroorzaakt bij de leerling veel problemen. Een extra complicatie in het geheel is het gebruik van schrijftaal in plaats van spreektaal. Schrijftaal wordt gekarakteriseerd door moeilijke woorden en zinsconstructies. Daarnaast kan de lezer aan de schrijver geen feed-back geven. Men kan problemen die voortvloeien uit het gebruik van schrijftaal ondervangen door eenvoudige woordkeus en het gebruik van figuren. Schrijftaal volledig uit de weg gaan is eveneens een remedie. Echter, leerlingen zullen toch moeten wennen aan het gebruik van moeilijke woorden en ingewikkelde zinsconstructies.

Allochtonen en wiskundetaal

Allochtonen hebben Nederlands in het algemeen niet als moedertaal en dus als een vreemde taal moeten leren. Ze missen de voorsprong van de autochtoon. Een deel van het basisidioom kan ontbreken, de grammatica is hen vreemd en geavanceerd idioom is vaak afwezig. Allochtonen zouden gebaat kunnen zijn met taalarm wiskundeonderwijs. Beter is het, volgens Weerman, allochtonen op een juiste wijze Nederlands te leren.



De lunch.







III De lezing van Joop van Dormolen

Joop van Dormolen hield de middaglezing over het gebruik van overdrachtelijke taal bij het leren van wiskunde. Hij was op bekend terrein; sommige toehoorders kwam de inhoud van zijn verhaal niet geheel onbekend voor.
Het algemeen aanvaarde communicatieprincipe dat een *zender* een boodschap omzet in taaltekens, waaruit een *ontvanger* de boodschap dient af te leiden, vormde de rode draad in zijn voordracht. De ontvanger staat daarbij vaak voor het probleem de taaltekens die hem ter ore of onder ogen komen te interpreteren. Als de taaltekens letterlijk de boodschap van de zender weergeven, is de interpretatie daarvan in het algemeen geen probleem. De zogenaamde tekstbetekenis van de taaltekens komt in dat geval overeen met de zogenoemde zenderbetekenis. Zegt de zender dat de appel niet ver van de

boom valt wanneer hij en de ontvanger onder een appelboom doorlopen en hij een appel aanwijst, dan vallen tekst- en zenderbetekenis samen. Lastiger wordt het als de zender de bovenstaande mededeling als spreekwoord bedoelt. In dat geval dient de ontvanger 'appel', 'boom' en 'vallen' niet letterlijk, maar in juist overdrachtelijke zin te lezen. De zenderbetekenis stemt in dit geval niet overeen met de tekstbetekenis van de betreffende woorden. Zo kan het gebruik van overdrachtelijke taal en van metaforen tot misverstanden aanleiding geven. Dat hoeft echter niet.

Voorbeeld 1
De situatie van de heks is een goed voorbeeld van overdrachtelijk taalgebruik, dat ook als zodanig zal worden opgevat.

Een heks wil een toverdrank maken. Het brouwsel moet daarvoor telkens op een bepaalde temperatuur gebracht worden. Daarvoor heeft zij de beschikking over warmteblokjes en koudeblokjes. Elk warmteblokje dat in de kookpot wordt gegooid zal maken dat het brouwsel precies één graad in temperatuur stijgt. Elk koudeblokje dat in de pot wordt gegooid zal maken dat het brouwsel precies één graad in temperatuur daalt. Ze kan ook een blokje uit de pot weghalen. Dan gebeurt er natuurlijk net het tegengestelde.
Vraag: Ze wil de temperatuur 15 graden laten stijgen, maar ze heeft niet genoeg warmteblokjes meer. Kan ze toch bereiken wat ze wil?

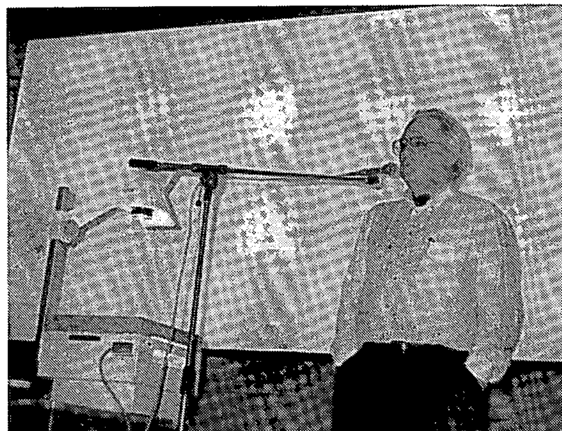
'erbij doen', 'eruit halen', 'warmteblokje', 'koudeblokje' spelen hier de rol van optellen, aftrekken, het getal 1, het getal -1. Maar dat niet alleen, ook de heks heeft hier meer dan alleen maar de rol om duidelijk te maken dat het niet echt kan wat er hier gebeurt. De heks maakt haar eigen keuzen. Zij bepaalt wat er gebeuren moet. Daarom is die heks ook een taalteken met een overdrachtelijke betekenis. De zender zegt tegen de ontvanger: 'Jij bent de baas. Jij kunt doen wat verstandig en nuttig is.'
Dat is een van de redenen waarom het heksenverhaal het beter doet dan het verhaal met het treintje.

Bekend, zo niet klassiek, is het voorbeeld 'een functie voegt aan een origineel een beeld toe'. Deze mededeling heeft voor de zender (bijvoorbeeld de wiskundeleraar) een bepaalde betekenis. De ontvangende leerling die elk beeld optelt bij zijn origineel, geeft aan toevoegen zijn eigen betekenis van optellen.

Voorbeeld 2
Het functiebegrip werd geïntroduceerd en de leraar legde, natuurlijk aan de hand van voorbeelden, uit, dat de functie aan elk getal (uit een gegeven domein) een ander getal toevoegt. In een oefening kwam de functie $x \to 2x + 3$. Leerlingen moesten aangeven welk getal er aan respectievelijk 1, 2, 3 en 4 door de functie wordt toegevoegd.
Een leerling schreef op: $1 \to 6$, $2 \to 9$, $3 \to 12$, $4 \to 15$.
De tekstbetekenis van toevoegen is zoiets als 'erbij doen'. De zenderbetekenis van 'toevoegen' was 'maak dat het erbij hoort', zoals een generaal ook een luitenant aan zijn staf kan toevoegen. De leerling maakte er 'optellen' van. Bijvoorbeeld voor het getal 2. Vul 2 in voor x in $2x + 3$. Je krijgt dan 7. Voeg dit toe aan het origineel 2 en je krijgt dus 9.

Vaktaal
Vaktaal is in deze context ook overdrachtelijke taal, maar wordt niet altijd als zodanig herkend. De docent die vaktaal bezigt, beschouwt zijn mededelingen in vaktaal als letterlijk te lezen taaltekens, waaruit de leerling de zenderbetekenis zonder problemen moet kunnen afleiden. Leerlingen beschouwen echter vaktaal als overdrachtelijk, waarbij de eerder geschetste interpretatiemoeilijkheden zich kunnen voordoen, zoals een ieder in de lespraktijk kan ervaren. De vaktaal van de wiskunde kent dubbelzinnigheden, die voor een leerling verwarrend kunnen zijn, zoals het minteken, dat gebruikt wordt bij de aftrekkingsbewerking of als aanduiding van negatieve getallen. De zender is het duidelijk wat hij bedoelt als hij een minteken gebruikt; de ontvanger moet maar zien welke betekenis het symbool op dat moment heeft.
Als overdrachtelijke taal aanleiding geeft tot interpretatieproblemen, verdient het dan geen aanbeveling het gebruik ervan maar achterwege te laten? Van Dormolen vond van niet, omdat analogieën de basis vormen van het leren. De analogie moet in dat geval in overdrachtelijke zin gezien worden. Moge-

lijk is het wellicht interpretatieproblemen te omzeilen, bijvoorbeeld door overdrachtelijke taal vooraf te laten gaan door een waarschuwing als 'zoals het spreekwoord zegt: ...'. Het gebruik van contexten was in de ogen van de spreker een betere keuze. Binnen een context kan overdrachtelijk taalgebruik eenvoudiger geïnterpreteerd worden.



Joop van Dormolen

IV De werkgroepen

Zoals gemeld bestaat de studiedag niet uitsluitend uit voordrachten. De werkgroepen maken voor de helft deel uit van het programma. Deelnemers hadden de keuze uit vijftien werkgroepen, die elk 's ochtends en 's middags ingeroosterd waren.
De werkgroepen kunnen grosso modo worden onderverdeeld in *discussiegroepen*, waarin deelnemers ervaringen en standpunten uitwisselen, *workshops*, waarbij deelnemers zelf een deelaspect van het dagthema uitwerken en *demonstraties* van bijvoorbeeld computerpakketten. Niet altijd is even duidelijk voor welk soort werkgroep men zich inschrijft.

Discussies
In de eerste categorie viel de werkgroep onder leiding van Henk van der Kooy, waarin conflicten tussen informele en formele taal aan de orde werden gesteld. Er ontspon zich, althans in de ochtendsessie, een levendige discussie over de vraag of de docent genoegen moet nemen met een informele oplossing, die een leerling voor een probleem bedacht heeft, terwijl je als docent meer gericht bent op de formele kant van het probleem. Ook in werkgroep 13, optimaliseren met de graphic calculator, was ruimte voor discussie. Daar werd in de ochtendsessie gesproken over vraagstukken van de vorm 'Onderzoek met de calculator of ...'. Is zo'n vraagstelling voor leerlingen tastbaar genoeg en nodigt ze uit tot onderzoeksactiviteiten?

Zelf doen
Workshops werden georganiseerd in de werkgroep over allochtoon rekenen door Fred Mulder. Hij liet de deelnemers onder andere staartdelingen op zijn Marokkaans uitvoeren en getallen lezen en noteren in andere talen. Ook Monica Wijers zette haar groep aan het werk. Ze liet deelnemers doorsneden van ruimtelijke figuren tekenen aan de hand van aanwijzingen van een collega. Wijers gaf in haar groep een aardige illustratie van het verhaal van Van Dormolen. Voor kinderen is een doorsnede niet het aangezicht van een snijfiguur, maar een deel van het doorgesneden lichaam, zoals bijvoorbeeld een boterham zelf in plaats van de vorm daarvan. Frans Bouman van de didactiekcommissie liet zijn groep logaritmen berekenen in het achttallig stelsel om daarmee aan te geven hoe moeilijk het is in een afwijkend taalsysteem te denken.

Demonstraties
Nellie Verhoef gaf een demonstratie van het gebruik van interactieve CD's. Beeld, geluid en interactie worden met behulp van speciale (en nog dure) afspeelapparatuur, een computer en CD-pakketten gecombineerd tot didactisch hulpmiddel. Zoals vaak bij dergelijke hulpmiddelen staan docenten er niet onverdeeld positief tegenover. De 'dialoog' met het pakket verloopt zelden volgens de, sterk uiteenlopende, wensen van de docent-gebruikers. Een pakket kan immers niet met iedereen rekening houden.
De vraag is of technologie als deze in staat zal zijn een plaats in het onderwijs te vinden.

V De afsluiting

Het slot van de studiedag is vaak een wat treurig ogende vertoning. Het is al laat in de middag en veel deelnemers zijn naar huis. De afsluiting wordt gevormd door de mogelijkheid het bestuur vragen te stellen. Nog geen tiende deel van alle deelnemers woont deze rondvraag bij. Toch komen er belangwekkende punten aan de orde, zoals een vraag van een lerares op een mavo, aan wie de schooldirectie gevraagd had of leerlingen bij de basisvorming wiskunde in het derde jaar nog zouden kunnen laten vallen. De voorzitter van de NVORWO suggereerde samenvoeging van Euclides en de Nieuwe Wiskrant. Het bestuur is vaak niet in staat andere dan algemeen geformuleerde antwoorden te geven. Ook het dankwoord aan de organisatoren van de studiedag wordt in deze treurige ambiance uitgesproken. Wellicht zouden de middaglezing en middagsessie van de werkgroepen in volgorde kunnen worden omgewisseld. Daarnaast zou het bestuur het in overweging kunnen nemen zelf een werkgroep te leiden, waarin ruimte is voor vragen die nu wat weggedrukt worden op het einde van een lange dag:

VI Literatuur

(opgegeven door Joop van Dormolen)

Bauersfeld, H. en Zawadowski, W., *Metaphors and metonymies in the teaching of mathematics*, Occasional paper no. 11, IDM Universität Bielefeld 1981.

Black, M., *Models and metaphors*, London 1979.

Dormolen, J. van, *Metaforen als taalkundig hulpmiddel bij het leren van wiskunde*, in: Tijdschrift voor de Didactiek der β-wetenschappen, jaargang 5, nr. 1, 1987.

Dormolen, J. van, Metaphors mediating the teaching and understanding of mathematics, in: Bishop, Mellin-Olsen, Van Dormolen (eds.), *Mathematical knowledge: Its growth through teaching*, Dordrecht 1991.

Hofstadter, D. R., *Metamagical themas: Questing for the essence of mind and pattern*, New York 1986.

Kemme, S., *Taalaspekten van het wiskundeonderwijs*, Vakgroep OW&OC, RUU, Utrecht 1984.

Miller, G. A., Images and models, similes and metaphors, in: Ortony, *Metaphor and thought*, Cambridge 1979.

Pimm, D., *Speaking mathematically*, London 1987.

Searle, J. R., Metaphor, in: Ortony, *Metaphor and thought*, Cambridge 1979.

● 40 jaar geleden ● ●

Ondingen ontleend aan de toelatingsexamens voor het M.O. in 1952:

$$\frac{13\frac{1\frac{5}{9}}{2\frac{1}{3}} + 14\frac{8\frac{1}{3}}{10} - \left(8\tfrac{1}{4} - 3\frac{4\frac{1}{2}}{12}\right) \times 5\tfrac{1}{2}}{7\tfrac{1}{2} : 1\frac{\frac{2}{3}}{2\frac{2}{3}} - 1\tfrac{17}{18} : \tfrac{5}{9}} =$$

$$\frac{0{,}465 : \frac{1}{80} + \frac{1{,}368}{0{,}06} - \left(1\frac{8}{25} + \frac{0{,}934}{1{,}25} \times 25 - 1\frac{1}{4} \times \frac{\frac{1}{3}}{\frac{4}{5}}\right)}{0{,}105 \times \frac{5\frac{5}{7}}{0{,}2} + \frac{46}{69} - 1\frac{94}{141}} + \frac{23}{96} =$$

Geeft u eens in de eerste schoolweek in de eerste klas op: $1\frac{1}{2} : \frac{4}{5}$; de kinderen rekenen het allemaal goed uit. Vraag er bij: 'waarom zet je $\frac{3}{2} \times \frac{5}{4}$?' Ik verzeker u, dat u geen enkel goed antwoord krijgt; dressuur met als enige uitlegging: 'doe het zo'.
De lezers veroorloven mij een kleine zijsprong? Wie van ons heeft ooit met gewone breuken te doen? $\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $1\frac{3}{8}$, nog een paar er bij en daarmee uit; in een winkel, in de boekhouding, op de fabriek, op welk kantoor dan ook, komt ook maar het 10e deel voor van wat de toelatingsexamens van de kinderen vergen over de gewone breuken? Heeft een van ons allen ooit in zijn vak, in zijn werk, een samengestelde breuk ontmoet? Heeft hij ooit van een ander gehoord, dat die dingen voorkwamen? Enkel en alleen op de lagere school, omdat de toelatingsexamens ze eisen en deze nemen ze op, omdat de leraren weten, dat de kinderen gedrild zijn op 'breukensommen'.

P. Wijdenes, voormalig hoofdredacteur, in Euclides 28 (1952-1953).

• Bijdrage • • • •

▶ In memoriam Oene Bottema

Teun Koetsier

'On poetry and geometric truth,
The knowledge that endures, upon these two,
And their high priviledge of lasting life,
Exempt from all internal injury,
He mused [...]'
William Wordsworth, 'The Prelude', Book V

Eind vorig jaar, op maandag 30 november, overleed in zijn woonplaats Delft op negentigjarige leeftijd Prof. dr. O. Bottema, van 1941 tot 1971 hoogleraar in de zuivere en toegepaste wiskunde en de theoretische mechanica aan de Technische Hogeschool te Delft.

Tegenwoordig kiest slechts een klein gedeelte van degenen die afstuderen in de wiskunde, voor het leraarschap. Vroeger was dat anders. Toen Bottema in 1924 afstudeerde in Groningen, de stad waarin hij op 25 december 1901 was geboren en waarin hij was opgegroeid, werd hij leraar in Hengelo. Veel andere mogelijkheden waren er niet. Bottema beperkte zich echter niet tot het leraarschap. Weldra openbaarde zich zijn grote veelzijdigheid. Naast zijn leraarschap bleef hij zich intensief met de wiskunde bezig houden en in 1927 promoveerde hij bij de Leidse hoogleraar Van der Woude op een proefschrift getiteld: 'De figuur van vier kruisende rechte lijnen'. Van 1931 tot 1935 was hij privaatdocent in de didactiek van de wiskunde in Groningen en van 1937 tot 1940 aan de Rijksuniversiteit te Leiden. Bestuurlijke verantwoordelijkheid ging hij niet uit de weg. Van 1933 tot 1935 was hij directeur van de Rijks HBS te Sappemeer en van 1935 tot 1941 directeur van de Rijks HBS te Deventer. Van 1937 tot 1941 vond hij ook nog de tijd voor het penningmeesterschap van de vereniging 'Wimecos', zoals de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren tot aan de invoering van de mammoetwet heette.

In 1941 werd de leraar Bottema benoemd tot hoogleraar in Delft. Vele generaties Delftse studenten herinneren zich zijn colleges. Heel bekend was zijn college Theoretische Mechanica dat voor alle werktuigbouwers en vele anderen verplicht was. Hij was een gewaardeerd en tegelijk geducht docent, die dat college met veel plezier gaf. Na vele jaren vertrouwde hij me toe dat hij soms, als hij voor een volle zaal een probleem had uiteengezet, zei: 'Meneer De Vries, zou u nu voor mij de bewegingsvergelijkingen willen formuleren?'. Daarbij was dan De Vries de eerste de beste naam die hem te binnen schoot. Meestal was er wel een De Vries, die zich danig opgelaten voelde. Net zoals Bottema na tien jaar leraar te zijn geweest directeur van de HBS was geworden, werd hij na tien jaar hoogleraar te zijn geweest, in 1951 benoemd tot Rector Magnificus van de T.H. Hij zou het acht jaar lang blijven. Bottema was ontegenzeggelijk een uitstekend rector: evenwichtig, intelligent en in het bezit van een groot natuurlijk gezag. 'Het was alsof hij voor het rectoraat geboren was', heeft men eens gezegd. Wel stelde hij hoge eisen, aan zichzelf, maar ook aan anderen. Niet iedereen nam hem dat in dank af.

Bij het heengaan van Bottema denkt men vanzelfsprekend aan zijn meetkundig werk, want Bottema was meetkundige en wel een grootmeester die met twintigste eeuwse precisie alle vaak negentiende eeuwse technieken beheerste en voor wie de meetkunde tot lang na zijn emeritaat een onuitputtelijk onderzoeksgebied bleef. Ettelijke honderden tijdschriftartikelen en meerdere boeken getuigen daarvan. In 1987, zestig jaar na zijn promotie, eerde het Wiskundig Genootschap, waarvan hij niet alleen lid van verdienste maar ook erelid was, hem met een geheel aan hem gewijd nummer van het Nieuw Archief voor Wiskunde. Opmerkelijk is, dat hij internationaal in het bijzonder werd gewaardeerd in kringen van werktuigbouwkundigen voor zijn



Prof. dr. O. Bottema

werk op het gebied van de bewegingsmeetkunde. Hij was erelid van de Internationale Federatie voor de Theorie van Machines en Mechanismen (IF-ToMM) en het door hem samen met de Amerikaanse hoogleraar werktuigbouwkunde Bernard Roth geschreven 'Theoretical Kinematics' (1979) is inmiddels een standaardwerk geworden waarvan ook een Dover-editie is verschenen.

De oud-leraar Bottema verloor nooit zijn belangstelling voor het middelbaar onderwijs. Alles bij elkaar schreef hij meer dan honderd artikelen in Euclides. De inhoud varieert van heel serieus tot speels en amusant. Een selectie van vijftig 'Verscheidenheden' werd in 1977 in boekvorm uitgegeven. Vanaf 1961 was hij erelid van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren.

Bottema was echter veel meer dan een wiskundige. Toen hij in 1971 met emeritaat ging kreeg hij het boek 'Steen en Schelp' aangeboden, dat een keuze bevat uit zijn niet-wiskundige werk. 'Steen en Schelp', tevens de titel van een door Bottema bij het vijftigjarig bestaan van de T.H. Delft gehouden rede, verwijst naar het vijfde boek van 'The Prelude' van William Wordsworth, een door hem zeer bewonderd dichter. De steen is de meetkundige waarheid en de schelp stelt de poëzie voor. Steen en schelp, het onwrikbare betoog èn de inspiratie, zijn de twee onmisbare gidsen op de levensweg. Bottema liet zich door beide leiden. Dat blijkt uit zijn niet-wiskundige werk, uit zijn redevoeringen en uit zijn artikelen in een tijdschrift als De Gids. Maar, ook in zijn wiskundige werk is er altijd grote aandacht voor de vorm, een nadrukkelijk streven naar elegantie. Als wiskundige, als bestuurder en als

mens, hechtte Bottema zeer aan het op elkaar afstemmen van inhoud en vorm. Zo herinner ik me hem ook: meetkundige waarheid en poëzie in alle opzichten, en dat in combinatie met zijn onafscheidelijke pijp en een lichte Groningse tongval. Wat het laatste betreft, vertelde hij me enkele jaren geleden geamuseerd hoe in Delft een onbekende, nadat ze slechts enkele woorden hadden gewisseld, hem op zijn Gronings vroeg: 'Kommen joe oet Stad of Ommelaand?' (Komt u uit de stad Groningen of uit de rest van de provincie?).
Bottema is van ons heengegaan. Ons rest slechts de herinnering aan een bijzonder mens en ons rest zijn werk. Van zijn boeken noem ik hier in het bijzonder nog 'Hoofdstukken uit de elementaire meetkunde'. Bottema schreef het in de oorlog, nadat hij had besloten om in een droevige tijd iets echt leuks te doen. Het boekje verscheen in 1944 en werd in 1987 in aangevulde vorm opnieuw uitgegeven. Het behoort op de boekenplank van iedere wiskundeleraar te staan. In het boekje, waarin op elementaire wijze een groot aantal mooie stellingen uit de vlakke meetkunde wordt behandeld en dat zonder de pretentie van originaliteit is geschreven, ontmoeten we toch Bottema op zijn best. Op een terrein waar velen hem waren voorgegaan slaagde hij er altijd weer in om origineel te zijn: hij kon het altijd algemener, eleganter, helderder. Ik geef één voorbeeld. In het boekje behandelt Bottema de verrassende stelling van Morley uit 1904: 'In een willekeurige driehoek vormen de drie snijpunten van belendende trisectrices een gelijkzijdige driehoek'. Het tweede bewijs dat hij van de stelling geeft is van Bottema zelf. Een mooie wiskundige stelling op elegante wijze bewezen: steen en schelp.

Literatuur

O. Bottema, *Steen en Schelp*, Delft, 1971.
O. Bottema, *Verscheidenheden*, Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren, 1977.
O. Bottema, *Hoofdstukken uit de elementaire meetkunde*, Utrecht, 1987 (in Epsilon uitgaven).
G. R. Veldkamp, Oene Bottema, *A Biographical Sketch*, Nieuw Archief voor Wiskunde, 4e serie, deel 5, 1987, pp. 249-276 (bevat tevens overzicht publikaties).



► De 31ste Nederlandse Wiskunde Olympiade 1992

H. N. Schuring

De eerste ronde

De eerste ronde van de Nederlandse Wiskunde Olympiade 1992 is gespeeld op 20 maart. De deelnemers kregen 3 uur de tijd om te proberen een antwoord te vinden op 13 opgaven.
Het overzicht van de eerste ronde 1992 is gebaseerd op de resultaten van 2455 deelnemers, die de wedstrijdleiders van 221 scholen naar ons opgestuurd hebben.

score	frequentie	cumulatieve frequentie	score	frequentie	cumulatieve frequentie
36	–	0	17	20	61
34	–	0	16	26	87
33	–	0	15	14	101
32	1	1	cesuur-	---------	-------------
31	–	1	14	38	139
30	1	2	13	46	185
29	–	2	12	94	279
28	–	2	11	56	335
27	–	2	10	137	472
26	1	3	9	94	566
25	1	4	8	134	700
24	3	7	7	224	924
23	4	11	6	108	1032
22	2	13	5	304	1336
21	5	18	4	149	1485
20	4	22	3	183	1668
19	10	32	2	387	2055
18	9	41	0	400	2455

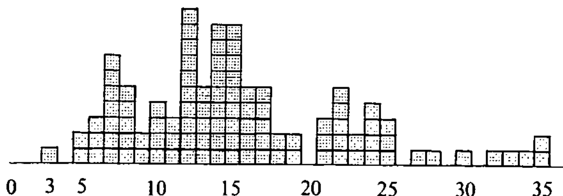
De cesuur is gelegd bij score 15, wat zeggen wil dat deelnemers die 15 of meer punten behaalden, worden uitgenodigd voor de tweede ronde.
Van het Benardinuscollege te Heerlen is de somscore van de beste vijf deelnemers 88. Dit resultaat is het hoogste van het land, zodat deze school de Shell-wisselprijs behaald heeft.
Van de 2455 deelnemers komen er 1254 uit 5 vwo, 110 uit 5 havo, 741 uit 4 vwo, 207 uit 4 havo en 143 uit een lagere klas.
Van de 101 deelnemers, die uitgenodigd worden voor de tweede ronde, komen er 75 uit 5 vwo, 2 uit 5 havo, 21 uit 4 vwo en 3 uit een lagere klas.

De tweede ronde

Op 18 september 1992 is in Eindhoven de tweede ronde van de Nederlandse Wiskunde Olympiade gehouden. Van de 101 uitgenodigde leerlingen hebben er 99 deelgenomen. Ze hadden drie uur de tijd om vijf opgaven op te lossen. De maximale score per opgave was 10 punten.
Door bij gelijke eindscore rekening te houden met het behaalde puntenaantal in de eerste ronde, zijn de volgende tien deelnemers prijswinnaars van de Nederlandse Wiskunde Olympiade 1992:

	2e ronde	*1e ronde*
1. Koen Claessen, Prinsenbeek	35 punten	19 punten
2. Marcus Martina, Alphen	35 punten	16 punten
3. Jitse Niesen, Belfeld	34 punten	24 punten
4. Jeroen Wiemer, Prinsenbeek	33 punten	23 punten
5. Kevin Backhouse, Helmond	32 punten	17 punten
6. Olaf Penninga, Zevenhuizen	30 punten	21 punten
7. Freek Dijkstra, Weesp	28 punten	16 punten
8. Thorsten Gragert, Enschede	27 punten	23 punten
9. Jan-Alexander Heimel, Bunnik	25 punten	21 punten
10. Henk Boluijt, Dinteloord	25 punten	19 punten

Het onderstaande staafdiagram geeft een overzicht van de scores van alle deelnemers aan de tweede ronde.



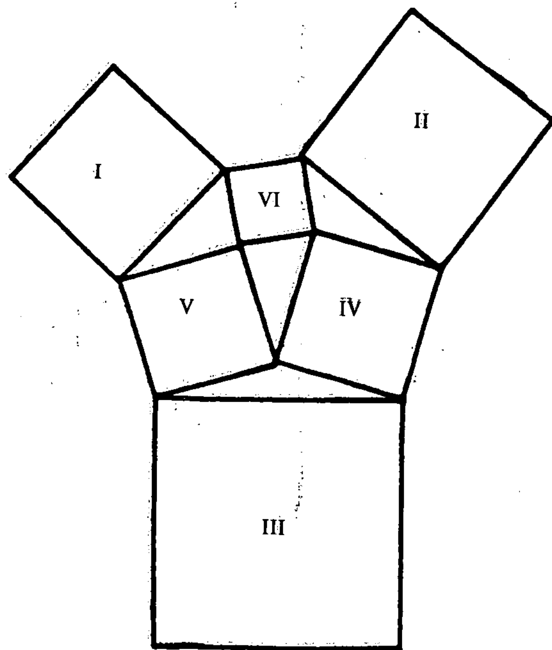
Opgaven 2e ronde

1. Vier dobbelstenen worden tegelijk opgegooid. Hoe groot is de kans dat het produkt van het aantal ogen gelijk is aan 36?

2. In deze opgave staat elke letter voor een cijfer. Verschillende letters staan voor verschillende cijfers. De teller en noemer van de breuk zijn onderling ondeelbaar. De decimale schrijfwijze repeteert met een periode van vier cijfers. (.123 is hetzelfde als 0,123)
Bepaal de waarde van de volgende repeterende breuk:*)

$$\frac{ADA}{KOK} = .SNELSNELSNELSNEL\ldots$$

3. Zes vierkanten liggen met hoekpunten tegen elkaar, daarbij driehoeken insluitend, zie de tekening. Bewijs dat de totale oppervlakte van de drie buitenste vierkanten (I, II en III) gelijk is aan driemaal de totale oppervlakte van de drie binnenste vierkanten IV, V en VI).



*) ADA KOK won op de Olympische spelen in Mexico (1968) een gouden medaille op de 200 m vlinderslag.

4. Voor ieder positief geheel getal n wordt $n?$ als volgt gedefinieerd:

$$n? = \begin{cases} 1 & als\, n = 1 \\ \dfrac{n}{(n-1)?} & als\, n \geq 2 \end{cases}$$

Bewijs dat geldt: $\sqrt{1992} < 1992? < \frac{4}{3}\sqrt{1992}$

5. We bekijken regelmatige n-hoeken met een vaste omtrek 4. De afstand van het middelpunt van zo'n n-hoek tot een hoekpunt noemen we r_n en de afstand van het middelpunt tot een zijde a_n. Zie de tekening met $n = 5$.

a) Bereken a_4, r_4, a_8, r_8.

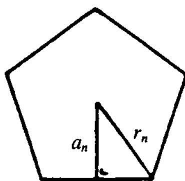
b) Bedenk een passende definitie voor a_2 en r_2.

c) Bewijs: $a_{2n} = \frac{1}{2}(a_n + r_n)$ en $r_{2n} = \sqrt{a_{2n}r_n}$

De rij u_0, u_1, u_2, u_3, ... wordt nu als volgt gedefinieerd:

$u_0 = 0$, $u_1 = 1$; $u_n = \frac{1}{2}(u_{n-2} + u_{n-1})$ als n even is en $u_n = \sqrt{u_{n-2} \cdot u_{n-1}}$ als n oneven is.

d) Bepaal: $\lim_{n\to\infty} u_n$



Oplossingen

1. Met vier dobbelstenen zijn 6^4 even waarschijnlijke mogelijkheden. Produkt 36 is als volgt te krijgen:

6 6 1 1	6 mogelijke schikkingen
6 3 2 1	24 mogelijke schikkingen
4 3 3 1	12 mogelijke schikkingen
3 3 2 2	6 mogelijke schikkingen

Totaal dus 48 van de 1296 oftewel een kans van 1 op 27.

2. $\dfrac{ADA}{KOK} = .SNELSNEL\ldots$

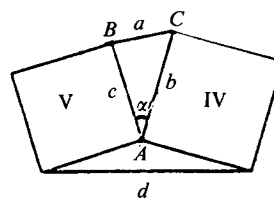
10000 maal de breuk − de breuk:

$9999 \times \dfrac{ADA}{KOK} = SNEL$, dus $\dfrac{ADA}{KOK} = \dfrac{SNEL}{9999}$;

$9999 = 3 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 101$

De noemer is dus 101, 303 of 909. Omdat de breuk kleiner dan 1 is valt 101 af. 909 als noemer valt ook af omdat in dat geval geldt:
$(9999/909) \cdot ADA = SNEL$ met $9999/909 = 11$ en $11 \cdot ADA = SNEL$ betekent dat L = A wat niet mag. Dus is de noemer gelijk aan 303 en dus $33 \cdot ADA = SNEL$. De A kan weer niet gelijk aan 1 zijn want dan moet de L 3 zijn, wat niet mag omdat de K 3 is. A moet dus 2 zijn omdat de breuk kleiner dan 1 is. Omdat de teller geen factor 3 mag bevatten (en geen cijfer 0, 2, 3) vallen 202, 222, 252, 282 af. Door proberen van 212, 242, 262, 272, 292 blijkt dat 242 de enige mogelijke oplossing is:
$242/303 = .79867986\ldots$

3.



Een aantal keren de cosinusregel toepassen levert:
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$ (i)
$d^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(\pi - \alpha) =$
$b^2 + c^2 + 2bc\cos\alpha$ (ii)
Optellen van (i) en (ii) levert $a^2 + d^2 = 2b^2 + 2c^2$
Op eenzelfde manier vinden we $b^2 + e^2 = 2c^2 + 2a^2$ en $c^2 + f^2 = 2a^2 + 2b^2$
Optellen van deze drie uitdrukkingen levert het gewenste resultaat.

4. Door uitschrijven is snel te zien dat voor een even getal als 1992 geldt:

$$1992? = \frac{1992 \cdot 1990 \cdot 1988 \cdot \ldots \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2}{1991 \cdot 1989 \cdot 1987 \cdot \ldots \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1}$$ en dus ook na kwadrateren:

$$(1992?)^2 = \frac{1992^2 \cdot 1990^2 \cdot 1988^2 \cdot \ldots \cdot 6^2 \cdot 4^2 \cdot 2^2}{1991^2 \cdot 1989^2 \cdot 1987^2 \cdot \ldots \cdot 5^2 \cdot 3^2 \cdot 1^2} =$$

$$\frac{1992^2}{1991} \cdot \frac{1990^2}{1991 \cdot 1989} \cdot \frac{1988^2}{1989 \cdot 1987} \cdots \frac{4^2}{5 \cdot 3} \cdot \frac{2^2}{3 \cdot 1}$$

$$> 1992 \cdot \frac{1992}{1991} > 1992$$

omdat $\dfrac{n^2}{(n+1)(n-1)} > 1$. Worteltrekken levert:
$1992? > \sqrt{1992}$

Op eenzelfde manier vinden we weer na kwadrateren:

$$(1992?)^2 = 1992 \cdot \frac{1992 \cdot 1990}{1991^2} \cdot \frac{1990 \cdot 1988}{1989^2} \cdots \frac{6 \cdot 4}{5^2} \cdot \frac{4 \cdot 2^2}{3^2} < 1992 \cdot \frac{16}{9}$$

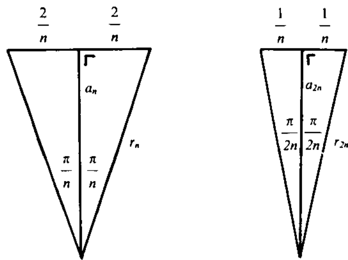
omdat $\frac{(n+1)(n-1)}{n^2} < 1$. Worteltrekken levert:

$$1992? < \frac{4}{3}\sqrt{1992}$$

5. a) Voor een vierkant met omtrek 4 is direct in te zien dat $a_4 = \frac{1}{2}$ en $r_4 = \frac{1}{2}\sqrt{2}$ en met *c)* $a_8 = \frac{1}{4}(1 + \sqrt{2})$ en $r_8 = \frac{1}{4}\sqrt{4 + 2\sqrt{2}}$

b) Een regelmatige tweehoek met omtrek 4 kun je zien als een lijnstuk met lengte 2. $r_2 = 1$ en $a_2 = 0$.

c) Voor de 'taartpunten' uit een regelmatige n-hoek en $2n$-hoek gelden de volgende formules:



$$\sin\left(\frac{\pi}{n}\right) = \frac{2}{n \cdot r_n} \quad (1) \qquad \cos\left(\frac{\pi}{n}\right) = \frac{a_n}{r_n} \quad (2)$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{n}\right) = \frac{2}{n \cdot a_n} \quad (3) \qquad \sin\left(\frac{\pi}{2n}\right) = \frac{1}{n \cdot r_{2n}} \quad (4)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2n}\right) = \frac{a_{2n}}{r_{2n}} \quad (5) \qquad \tan\left(\frac{\pi}{2n}\right) = \frac{1}{n \cdot a_{2n}} \quad (6)$$

Uit (1) en (3) volgt: (m.b.v. formules van sin en cos voor de dubbele hoek):

$$a_n + r_n = \frac{2\left(\cos\left(\frac{\pi}{n}\right) + 1\right)}{n \cdot \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)} = \frac{4 \cdot \left(\cos\left(\frac{\pi}{2n}\right)\right)^2}{2 \cdot n \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2n}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2n}\right)}$$

$$= \frac{2}{n \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2n}\right)} = 2 \cdot a_{2n}$$

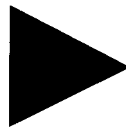
Evenzo uit (1) en (4):

$$r_n = \frac{2}{n \cdot \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)} = \frac{2}{2n \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2n}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2n}\right)} =$$

$$r_{2n} \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2n}\right)} = \frac{{r_{2n}}^2}{a_{2n}}$$

ofwel $r_{2n} = \sqrt{r_n \cdot a_{2n}}$

d) Door voor de termen $u_0, u_1, u_2, u_3, u_4, \ldots$ achtereenvolgens $a_2, r_2, a_4, r_4, a_8, r_8, a_{16}, \ldots$ te nemen kunnen we volstaan met de limiet te bekijken van de tweede rij. Het is duidelijk dat de veelhoek zal naderen tot een cirkel waarbij r_n en a_n beide naderen tot de straal van de cirkel met omtrek 4. Die straal en dus de limiet zal zijn $\frac{2}{\pi}$.



Mededeling

Studiedag Vrouwen en Wiskunde

De werkgroep **Vrouwen en Wiskunde** en de werkgroep **Vrouwen en natuurwetenschappen** houden een gezamenlijke studiedag op zaterdag **24 april 1993** in De Poort van Kleef, Mariaplaats 7, **Utrecht**.

Op deze studiedag maken we 's ochtends kennis met elkaar en de opvattingen over onderwijs en emancipatie. We bespreken de plannen rondom de toekomstige samenwerking van de beide werkgroepen binnen de Stichting Vrouwen en Exacte vakken. Na de lunch wordt aandacht besteed aan emancipatie en exacte vakken in relatie tot de invoering van de basisvorming.

In workshops kunnen praktische ervaringen en materialen uitgewisseld worden, die van belang zijn voor TVS oftewel Toepassing-Vaardigheid-Samenhang, de sleutelwoorden in de basisvorming. Tijdens één van de workshops kunnen wis- en natuurkundedocenten ook ervaringen uitwisselen over de toekomstige ontwikkelingen in de bovenbouw van havo en vwo.

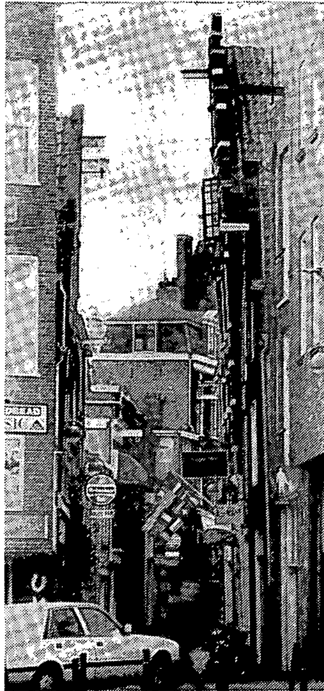
Voor meer informatie en opgave voor deze studiedag kunt u contact opnemen met het centrum van de werkgroep Vrouwen en Wiskunde, voorlopig nog gevestigd op de Tiberdreef 4, 3561 GG Utrecht, tel. 030-61 28 06.

▶ De werkbladen

op de volgende bladzijden zijn samengesteld door Aad Goddijn en de Samenwerkingsgroep Wiskunde 12-16.

● Werkblad ●

▶ Instortingsgevaar in Amsterdam?



A: Sint Jacobsstraat.



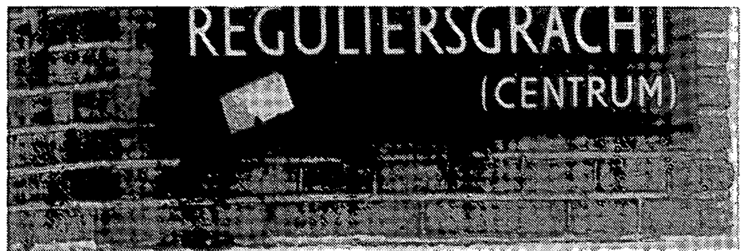
B: Prinsengracht 2 t/m 10.



C: Hoek Keizersgracht-Reguliersgracht.



D: metselwerk tussen raam en hoek boven.



E: metselwerk tussen raam en hoek onder.

● Werkblad ●

▶ Of bouwden ze het zo?

1 De Sint Jacobsstraat in Amsterdam: foto A. De huizen lijken naar elkaar toe te leunen.
Leg een liniaal langs het hoge huis rechts en een andere langs het huis ertegenover.
Meet hoeveel graden de hoek tussen de linialen is.
Hoeveel graden staan de huizen (zo te zien) uit het lood?

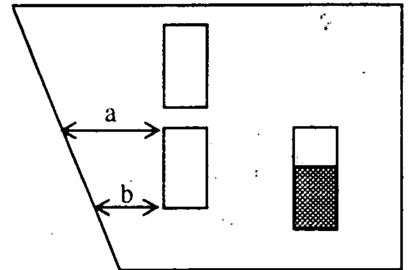


2 Op foto B zie je nummer 2 t/m 8 van de Prinsengracht.
Dit zijn de bouwjaren: nr. 2 t/m 4: 1641, nr. 6: 1910, nr. 8: 1660.
Het nieuwste huis staat rechtop.
Van nr. 8 steekt een spitse driehoek van de zijmuur voor nr. 6 uit.
Teken die spitse driehoek, schaal 1 op 50. Gebruik de deur als hulpmaat.
Meet (of reken uit met de tangens) hoeveel graden dit huis voorover helt.

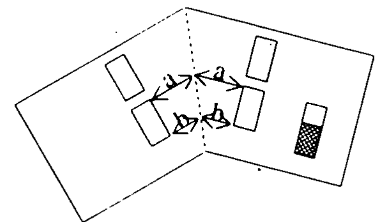
3 Wat denk je ervan:
a. oude huizen zijn verzakt; b. het lijkt maar zo op de foto; c. ze bouwden vroeger zo.
Waarom is b zeker niet goed?
Waarom zou het handig kunnen zijn dat die huizen zo zijn gebouwd?

4 Het hoekhuis Keizersgracht 661 – Reguliersgracht 38 zie je op foto C.
Het is uit 1690. Je ziet het niet aan de foto, maar het helt naar twee kanten uit.
Tel precies hoeveel bakstenen er tussen het raam op de bel-etage en de hoek zitten:
bovenlinks van het raam (foto D) en onderlinks van het raam (foto E).
Tel tot in kwartstenen precies!
Wat denk je nu: verzakken, het lijkt maar zo of ze deden het expres zo?

5 Maak (schaal 1 op 20) een tekening van de kant met de deur.
Dat is de kant van de Reguliersgracht. Overdreven ziet het er uit zoals hiernaast. Gebruik wat je weten kan:
De stukken a en b door tellen (een steen is 20 cm).
De hoogte van raam en huis door schatten met de deur.
De onderkant van de muur is horizontaal, dus evenwijdig aan de raam-onderkant.



6 Teken nu de Keizersgrachtkant aan dezelfde hoeklijn vast.
Doe hetzelfde met het raam en a en b.
Knip het geheel uit en vouw over de hoeklijn. Houd het overeind op tafel en meet de overhel-hoek.



7 Welk van al deze huizen heeft de grootste overhel-hoek?
Welk van de huizen steekt (in cm) het verst naar voren uit?

8 Vat in een paar zinnen samen wat je geleerd hebt over oude huizen in Amsterdam.

● Serie ● ● ● ●

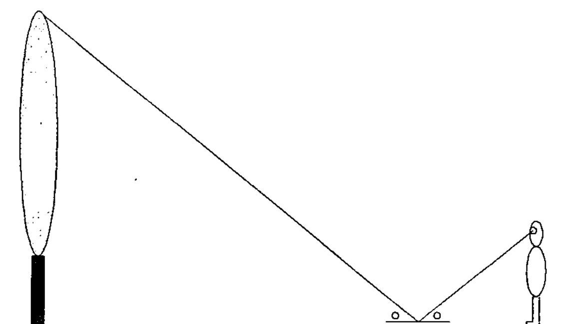
'Ontwikkelingen in de didactiek'

▶ Samenwerken in de klas

Bram Lagerwerf, Samenwerkingsgroep Wiskunde 12-16

1. Inleiding

Voorbeeld 1
Een klas is buiten het schoolgebouw bezig met wiskunde. De leerlingen meten in drietallen de hoogte van bouwwerken en bomen. Ze hadden niet gedacht dat dat kon zonder met een meetlat naar boven te klimmen. Het boek werkt met een spiegeltje op de grond, maar de docent weet nog wel andere manieren. De leerlingen worden uitgedaagd zelf een methode te bedenken. Twee leerlingen bellen de koster op voor de hoogte van de toren; dat is geen wiskunde vinden de anderen. De docent lokt creativiteit uit bij de leerlingen en zorgt ervoor dat het werk voldoende kwaliteit heeft. De leerlingen moeten erover denken en praten. Het gaat er natuurlijk om dat er wat geleerd wordt. Aan het eind een mondeling groepsverslag aan de klas en een individueel schriftelijk verslag aan de docent.



Figuur 1

In kort bestek zijn hier allerlei samenwerkingsverbanden te zien. De docent werkt met de klas samen, leerlingen werken onderling samen en de docent werkt samen met individuele leerlingen en groepjes. De opzet van het geheel is dat de leerlingen wiskunde leren, de docent is aangewezen om hen daarbij zoveel als nodig is te helpen.

Onder het oude programma was er een belangrijke didactische praktijk waarin de docent voordeed wat de leerlingen moesten leren, en die probeerden dat dan na te doen. Onder invloeden die in het eerste artikel zijn uiteengezet, wordt er nu van de leerlingen meer creativiteit gevraagd. Voor veel leerlingen is leren een moeilijk proces, waar hulp bij nodig is. Ze moeten worden uitgedaagd in actie te komen, met opdrachten die hen aan het doen en denken zetten. Hun produkten geven aan hoe ze aan het werk zijn en hoe ze het beste verder geholpen kunnen worden. Of ze voldoende houvast gevonden hebben en of de werksfeer veilig genoeg is. Een en ander heeft zijn invloed op de manier van werken in de klas, daarover gaat een groot deel van deze serie. In dit artikel ligt het accent op de samenwerkingspatronen van docent en leerlingen.

2. Voorbeelden

Voorbeeld 2
*Het **onderwijsleergesprek**.[1] De docent bepaalt het onderwerp. Het tijdsverschil tussen bliksem en donder, om maar eens iets te noemen. De bedoeling is dat de leerlingen iets snappen van hoe dat verschil ontstaat en dat ze daarna met behulp van het boek leren de verhoudingstabel te gebruiken om te bepalen hoe ver het onweer van school verwijderd is.*
De lerares zorgt voor de orde en vertelt waar het over gaat. Zij heeft concrete vragen in petto. Om het probleem voor alle leerlingen duidelijk te kunnen stellen, is het nodig dat ze eerst iets hoort van de ervaringen die de leerlingen hebben met onweer. Zijn er die bang zijn voor onweer? Weet iedereen dat de donder altijd na de bliksem komt? Ze is nieuwsgierig naar wat de leerlingen te vertellen hebben. Zulke vragen spreken

tot de verbeelding van de leerlingen, daardoor komen ze erin. Er kunnen nu natuurlijk geen 30 onweerverhalen komen, enkele leerlingen komen aan bod. Er is ook plaats voor korte reacties op die verhalen.
Dan het startprobleem: Hoe komt het dat de donder altijd na de bliksem komt? Wat hebben die twee met elkaar te maken? De lerares is benieuwd naar wat de leerlingen kunnen bedenken. Ze moedigt hen aan eerst goed te denken; een minuutje denkpauze, voor ze wat wil horen. Dan weet de een dit, de ander dat. Ze maken opmerkingen en stellen vragen over elkaars inbreng. Er wordt informatie uitgewisseld en kritiek geuit. De lerares spitst vragen toe, richt zich soms tot de hele klas, dan weer tot een individuele leerling. Na een minuut of tien, misschien een kwartier, is het doel bereikt. Dan kunnen de leerlingen alleen of samen met de opgaven uit het boek aan de slag.

Voorbeeld 3
***Leerlingen** die in een groepje **samenwerken**. Eerst lezen ze in het boek de opdracht. Dat gaat niet voor ieder even snel. Wie eerder klaar is wacht even. Dan checken ze of iedereen snapt wat de bedoeling is. Daar moet wellicht nog even over worden gepraat. Vervolgens samen het probleem oplossen, dat lijkt op het klasse-leergesprek in het klein. Ze komen er samen uit, al snapt de een het eerder dan de ander. Ze gaan niet verder eer iedereen de oplossing doorziet. Tenslotte moeten ze nog zorgen dat de oplossing in het schrift komt. Ieder voor zich of gezamenlijk.*

Voorbeeld 4
***Individuele hulp**. Een leerling loopt vast met deze opgave (Moderne Wiskunde 1 mhv blz. 180):*
Ronald woont 20 minuten lopen van school af.
Hoeveel kilometer woont Ronald van school?
De leerling weet gewoon niet hoe hieraan te beginnen. De docent vraagt: Hoe lang loop jij erover naar school en hoever is het voor jou ongeveer? Dat is voor deze leerling voldoende. Met behulp van een verhoudingstabel komt er een acceptabel antwoord.

Voorbeeld 5
***Hulp aan een groepje**. Harry, die in een groepje samenwerkt, roept de docent te hulp; hij snapt het niet. De docent kijkt even rond in het groepje om te zien waar de leerlingen mee bezig zijn en ziet dan dat er waarschijnlijk iets aan de samenwerking schort.*
D: Willen jullie alle vier even luisteren? Hoe zijn jullie aan het werk, Eveline?
E: Harry moest nog wat nakijken en toen zijn wij alvast doorgegaan.
D: Hoe kunnen jullie nu weer samen verder gaan?
Joop oppert dat Harry zijn opgave even laat zitten en dat ze met hem bijpraten over de volgende, waar de rest van het groepje mee bezig is. Dat gebeurt.
En passant zorgt de docent voor een vluchtige controle van de schriften.

3. Samenwerken

In de voorbeelden is te zien dat samenwerking in de eerste plaats een zekere orde vereist. Het moet duidelijk zijn waar het over gaat, wie er mag spreken, hoe ver we zijn. Er moet verder belangstelling zijn voor elkaars inbreng, en het besef dat goed praten en goed luisteren bij elkaar horen. Vragen als: 'Wil je het nog een keer zeggen?', 'Bedoel je dat ....?', 'Begrijp ik het goed dat ....?' horen erbij. Maar ook kritische opmerkingen zijn nodig.
Samenwerken bevordert dat de leerlingen praten over wat ze doen, deden, of van plan zijn. Daardoor leren ze beter structureren en dat is weer bevorderlijk voor een goede beeldvorming. Dat is een belangrijke reden om leerlingen niet alleen te laten werken. Samenwerking tussen leerlingen gebeurt binnen het klasseverband en de docent draagt daarvoor de eindverantwoordelijkheid; die zorgt dus dat de leerlingen goed voorbereid aan het groepswerk kunnen beginnen, en houdt het van een afstandje in de gaten om te zien wanneer hij nodig is. Met name draagt hij zorg voor het individuele werk en het leerresultaat, en de manier van samenwerken.

In het klasseverband omvat de samenwerking meer dan in de voorbeelden duidelijk wordt. Er zijn regels voor de dagelijkse gang van zaken (wc, ramen, verwarming, plaatsen van de leerlingen, eten in de klas, enzovoort), het huiswerk moet worden opgegeven, gemaakt, gecontroleerd en gecorrigeerd, er moeten planningen zijn voor de korte en de lange termijn, regelmatige voortgangscontrole van de hele klas en de individuele leerlingen, de zorg voor de aanwezigheid van het nodige materiaal, een lokaal dat gezellig genoeg is, enzovoort.

4. Leiderschap

Docenten hebben de leiding in hun klas, daarvoor zijn zij aangewezen, zij dragen de eindverantwoordelijkheid voor wat er in de klas gebeurt. Als je in wiskundelessen kijkt, valt het vaak op dat de docent er van uit lijkt te gaan dat hij dan ook zoveel mogelijk zelf moet doen.

Voorbeeld 6
Drie-vwo heeft geleerd een kwadratische drieterm te ontbinden: $x^2 - 6x + 5 = (x - 5)(x - 1)$
Een leerling vraagt: $(x - 3)(x - 2)$ *kan dat ook?*
De docent zegt dat je dat kunt controleren; hij schrijft de ontbinding van de leerling op het bord met de boogjes erbij die de nodige vermenigvuldigingen aangeven; hij zegt en schrijft:
$x \times x =$
$x \times -2 =$
$-3 \times x =$
$-3 \times -2 =$
De leerling kan dat wel invullen. De docent constateert dat daar samen niet $x^2 - 6x + 5$ *uit komt. De leerling was naar mijn schatting heel goed in staat geweest zelf de hele controleberekening uit te voeren. Misschien was het zelfs wel voldoende geweest als de docent had gevraagd: Hoe kun je dat controleren?*

Voorbeeld 7
Een docent zet het huiswerk op het bord, compleet met dag en uur van de volgende les erbij. Dat lijkt mij een beetje overdreven, tot ik merk dat hij die toevoeging in het volgende uur achterwege laat. De eerste les was een brugklas realiseer ik me en de tweede een 3-vwo-klas. De eerste heeft een steuntje in de rug nodig waar de andere inmiddels zelfstandig genoeg is.

Het is dus niet het belangrijkste dat de docent zoveel mogelijk zelf doet. De docent moet oppassen de leerling niet teveel uit handen te nemen. Dat is een moeilijk punt. De docent staat van allerlei kanten onder druk om veel zelf te doen. Er is vaak weinig tijd en even voordoen gaat sneller dan de leerling aan het woord laten; de leerlingen vragen zelf of de docent het even voor wil doen; als de leerling het fout doet is er een voorbeeld van hoe het niet moet en dat kan verwarring zaaien. Soms zie ik docenten als het ware denken: beter een aanwijzing teveel dan te weinig. Ze realiseren zich dan niet dat de leerlingen niet gemakkelijk leren van aanwijzingen, en dat leren beter gaat door de leerlingen ervaring op te laten doen.

Voortaan dus maar alles aan de leerlingen overlaten? Nee natuurlijk niet. Het heeft geen zin iemand die niet kan zwemmen meteen in het diepe te gooien; de badmeester heeft echter wel de hengel waarmee hij vroeger de leerlingen tegen verdrinken behoedde afgeschaft. Er wordt veel 'gesparteld' bij de zwemlessen. Piano spelen begint niet meer met toonladders maar met een melodietje spelen. In taallessen wordt meer dan vroeger geïmproviseerd. Buiten de school dragen de leerlingen in het algemeen veel meer verantwoordelijkheid dan ze daarbinnen wordt gegund. Het is de kunst voor docenten een beroep te doen op wat de leerlingen kunnen, die kunnen dat dan oefenen. Liefst eigenlijk een beroep op iets meer dan ze kunnen, dan kunnen ze hun mogelijkheden vergroten. Iets meer, niet teveel meer dan ze kunnen, anders wordt het risico te groot.

Voorbeeld 8
Een wiskundedocent heeft in zijn lokaal een poster hangen met deze tekst:

Het staat ook in je boek.

Vraag het je buurman/vrouw.

Desnoods ben ik er ook.

Daardoor kwam er meer rust in de klas. Dat gaf hem meer tijd de leerlingen te helpen, in hun boek antwoorden te zoeken op hun vragen, en elkaar te helpen bij problemen.

Voorbeeld 9
Een wiskundedocent ging met een 4-havo klas dit contract aan[2]:
Jullie zijn nu in de vierde klas gekomen, jullie hebben

dus kwaliteit. Daarmee gaan we het eindexamen halen. Daar hebben we twee jaar voor en dat moet ook kunnen als je er voor werkt. En daarover wil ik afspraken maken.
Mijn aandeel is dat ik er op de afgesproken tijden ben om jullie te helpen, en dat ieder van mij aan het eind van de vierde klas minstens een 5 krijgt. Je kunt dus nog wel blijven zitten, maar niet op wiskunde alleen. Jullie aandeel is dat je er iedere week aan werkt, elke leerling werkt bij toerbeurt een opgave uit, op een sheet voor de overheadprojector. Iedere les bespreken we de uitwerkingen. We ontwikkelen op deze manier een 'klasseboek' dat door ieder van jullie kan worden geraadpleegd.
Dat was een duidelijk contract waarmee de leerlingen wel aan het werk wilden. De docent gaf verantwoordelijkheid uit handen en dat was soms lastig. Aan de andere kant had hij ook veel minder gezeur over niet gemaakt werk; wanneer het voorkwam dat afgesproken werk niet gemaakt was, was wijzen op het contract meestal voldoende. Vijf leerlingen kregen aan het eind van de vierde een hoger cijfer dan het gemiddelde van hun proefwerken; twee van hen haalden op het examen een 4, de andere drie hadden voldoende.

Voorbeeld 10
Een wiskundedocent praat met een leerling die al een poosje opvalt doordat zijn huiswerk niet in orde is.
D: Paul, het valt al een poosje op dat je huiswerk steeds niet in orde is; het lijkt wel of de school je niets meer kan schelen. Weet je wat ik me afvraag? Als je nu mocht kiezen, echt kiezen wat je het liefste wilt, wil je dan nu liever van school af, of wil je aan het eind van het jaar van school af, wil je eigenlijk wel overgaan straks aan het eind van het schooljaar of wil je liever blijven zitten? Zeg eens wat je echt wilt.
Daar moet Paul even over nadenken.
Van school gaan is natuurlijk wel aantrekkelijk, maar zonder diploma is ook niet alles. Blijven zitten maakt alleen maar dat het nog langer gaat duren, dus eigenlijk wil hij gewoon overgaan.
Dan komt de hamvraag: Hoe denk je daar voor te gaan zorgen?
Dat is Paul wel duidelijk: Ik zal mijn huiswerk weer goed moeten gaan maken.
Docent: Dat lijkt me een goed idee; kan dat ook, heb je daar tijd en gelegenheid voor?
Paul: Ja hoor, als ik het wil lukt het ook wel.

De docent had er rekening mee gehouden dat Paul op de eerste vraag een van de andere alternatieven zou kiezen. Dan zou er een probleem geweest zijn; zulke wensen zijn niet te verenigen met een goede gang van zaken in de klas; Paul zou met zijn ouders moeten overleggen. De consequenties van zo'n keuze zouden veel verder reikend zijn geweest.
Een ander probleem dat de docent had voorzien was dat Paul inmiddels zijn huiswerktijd gevuld zou hebben met andere verplichtingen, krantenwijken of iets dergelijks. Dan zouden die belemmeringen uit de weg geruimd moeten worden en dan was daarbij misschien hulp nodig geweest. Daar zou de schooldecaan wellicht bij ingeschakeld moeten worden.
Verantwoordelijkheid afstaan in de klas is moeilijk. De docent is dan voor het verder gaan deels afhankelijk van wat de leerlingen doen, dat geeft veel onzekerheid. Je kunt als docent minder alleen vooraf bepalen wat er gaat gebeuren in de les, je hebt dus minder te zeggen in de klas: het is een kwestie van invloed uitoefenen; daarover eerst een paar opmerkingen.

5. Invloed uitoefenen

Wie bepaalt er in de wiskundeles wat er gebeurt? Het lijkt vaak of de docent alle touwtjes in handen heeft, maar een klas is natuurlijk geen marionettentheater. Wanneer de leerlingen echt niet willen, staat zelfs de knapste docent machteloos. Het is de kunst je invloed als docent zo aan te wenden dat er in grote lijnen inderdaad gebeurt wat er gebeuren moet. Maar ook de leerlingen hebben behoefte aan invloed op het klassegebeuren. Wanneer die behoefte teveel onderdrukt wordt gaan ze rebelleren in plaats van leren. En met wat meer invloed dan het minimum gaat het leren vaak al stukken beter; zie de voorbeelden.
Nu kunnen docenten hun invloed soms op een heel dwingende manier uitoefenen, de leerlingen kunnen geen kant meer op. Dat is niet bevorderlijk voor een welwillende samenwerking. Het is voor de leerlingen gemakkelijker de docent te volgen, als ze weten waar ze aan toe zijn:
Jullie moeten nu allemaal even heel goed luisteren, leg je pen neer en houd je mond dicht en je oren open. Want wat er nu komt is heel belangrijk, iedereen

moet het goed weten. Dit duurt tien minuten, dan kunnen jullie weer gewoon verder gaan. Kees, Antoinnette, let op.
Even uitleggen waarom de opdracht wordt gegeven en het tijdsperspectief erbij. Ik ken een docent die bij zo'n gelegenheid een van de leerlingen de opdracht geeft de tijd te bewaken.
Nog minder dwingend (en dus beter te verteren voor de leerlingen) is het wanneer de docent de leerlingen voor de keuze stelt, of een beroep doet op hun creativiteit en hun verantwoordelijkheid, zoals in een aantal voorbeelden te zien is. Dan tellen de argumenten in plaats van de dwangmiddelen.

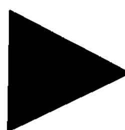
6. Verantwoordelijkheid afstaan

Een belangrijke reden waarom docenten graag veel zelf doen is dat het moeilijk is te schatten wat de leerlingen aan kunnen. Als je zeker wilt zijn moet je het zelf doen. Daarbij komt dat leerlingen in het schoolsysteem vaak zo weinig ruimte krijgen dat ze geen verantwoordelijkheid willen; en met onwillige honden is het kwaad hazen vangen. Bovendien zijn de meeste leerlingen leerplichtig en in de puberteit, dat verhoogt zowel de drang naar afhankelijkheid als naar opstand. Ondanks dit alles is er veel voor te zeggen dat docenten meer aan leerlingen zouden moeten gaan overlaten. Wanneer u daartoe besluit moet u dat vooral niet te spectaculair doen. Geen revolutie, maar klein beginnen:

- kies een klas waar u goed mee kunt opschieten; de moeilijke klassen komen later wel,
- zorg dat de leerlingen weten waar ze aan toe zijn,
- zo'n poster als in voorbeeld 8 is een aardig begin; dan kunt u meteen een klassegesprek oefenen over de bedoeling van die poster; vindt u een gesprek met de hele klas te moeilijk dan kan zo'n gesprek ook met kleinere groepjes; er zijn natuurlijk meer algemene aanwijzingen mogelijk voor leerlingen die het niet snappen, dan op de poster staan (Heb je al een tekening gemaakt?),
- bij het helpen invuloefeningen zoals in voorbeeld 6 vermijden,
- oefenen in vragen die creativiteit oproepen zoals in voorbeeld 4,
- wilt u samenwerken tussen leerlingen bevorderen dan niet meteen in groepjes van vier maar eerst in tweetallen, zoals ze naast elkaar zitten,
- regelmatig klassikaal en in de groepjes aandacht besteden aan de manier van (samen)werken,
- leer de leerlingen zelf hun antwoord te controleren en vraag ook in proefwerken: klopt dit antwoord ongeveer?,
- niet overvragen; veel opgaven in het boek zijn voor leerlingen te moeilijk om zonder hulp aan te beginnen. In zo'n situatie is de werkwijze van voorbeeld 3 onmogelijk. Dan is er eerst een klassikaal stuk nodig waarin de opgave wordt gelezen en verduidelijkt. In zo'n gesprek kunnen ook ideeën over de aanpak worden geopperd (door docent en door leerlingen).

Noten

1. Dit voorbeeld is overgenomen uit: Lagerwerf, B. (red.), Zorgverbreding Wiskunde, APS (nr 400.014) Postbus 7888, 1008 AB Amsterdam.
2. Met dank aan Hans Pouw.



Mededeling

Werkbundel Methodekeuze Basisvorming

Het KPC schrijft:
Onderwijs is voortdurend in beweging. Onderwijsgevenden, het vak, de leerlingen, de schoolorganisatie en de regelgeving van de overheid: alles ontwikkelt zich. Het kiezen van een nieuwe methode is een schakel in die ontwikkeling. Bij de invoering van de basisvorming is het zeker voor het vak wiskunde een noodzaak om een nieuwe methode te kiezen omdat de inhoud van het vak verandert. Een methode biedt de docent een leidraad. In de sectie moet bepaald worden in hoeverre zij die leidraad volgen, maar over het algemeen zal het leerboek grotendeels gevolgd worden.
Het KPC geeft een Werkbundel Methodekeuze uit, waarin naast een overzicht van een mogelijke procedure bij het kiezen van een methode ook een aantal werkbladen zijn opgenomen. Via die werkbladen kan men komen tot het opstellen van een criterialijst, waaraan de beschikbare methodes getoetst kunnen worden.
De Werkbundel Methodekeuze kan besteld worden bij het KPC, Postbus 482, 5201 AL Den Bosch onder bestelnummer 2.450.79. De kosten van de bundel bedragen *f*7,50.

J. A. Standaart

● **Serie** ● ● ● ●

'Begrijpen'

▶ Wie doen het fout?

Piet van Wingerden

Een herinnering. Gisteren was het de laatste examendag. En zie, de feesten barstten los. Douwe en Hans hebben mijn vrouw en mij uitgenodigd op hun festijn: een voorschot op het slagen.
In het halfdonker schuiven we naar de bar en ondergaan de muziek.
Er kan gepraat worden. De volumeknop van de geluidsinstallatie is niet helemaal opengedraaid.
Het is trouwens nog vroeg in de avond, kwart voor elf. Ik sta naast Erik, die ook examen heeft gedaan. Ik ken hem nog van zijn brugklasperiode. Later is hij in handen gevallen van een collega. De resultaten van zijn exameninspanning worden dus niet door mij beoordeeld. Misschien maakt dat hem wat vrijmoedig tegenover mij.
Erik gaat mij namelijk uitleggen hoe het examenwerk gecorrigeerd dient te worden.
Als de examinator meent, dat een kandidaat ondanks een goede beantwoording van een vraag de zaak toch niet helemaal begrepen heeft, dan moet die examinator dat kunnen aantonen. Zonder zo'n bewijs van de leraar-examinator moet aangenomen worden dat de leerling zijn eigen schrijfsels begrijpt.
Als voorbeeld noemt Erik de opdracht om een grafiek te tekenen. De leraar moet beoordelen of de grafiek goed en duidelijk is getekend. Als een toelichting wordt gegeven, is dat een pure gunst van de kandidaat. Maar de examinator rekent het zonder toelichting fout. Nou, dat is met recht fout.
Laat de leraar maar bewijzen wat er fout is.

Een interessante gedachte. Een gedachte die ik mee naar huis neem en opschrijf. Misschien iets om te bewaren voor als ik drieënzestig ben.
Want op die avond, toen ik bovenstaand fragment schreef, voelde ik me als een fabrieksdirecteur, die door de vakbond werd aangemaand het stakingsfonds te subsidiëren. Intussen heb ik de gelegenheid gehad er over na te denken.
In gedachten probeer ik nu het gesprek met Erik voort te zetten.

Samenvatting:

- ☐ Wij, onderwijsmensen, kunnen uitleggen.
- ☐ We kunnen waarschijnlijk goed uitleggen.
- ☐ De leerlingen moeten het dan wel begrijpen.
- ☐ Wat houdt dat 'begrijpen' nu eigenlijk in?
- ☐ Is daar een helder en duidelijk beeld van te krijgen?
- ☐ Of komen we in een wazig, mistig gebied terecht?
- ☐ Het zou zo mooi zijn als we inzicht zouden kunnen testen.

Gesprek tussen Erik en Piet.
– Piet: *Wij, wiskundeleraren weten wat uitleggen is. Wij kunnen waarschijnlijk redelijk goed uitleggen. Wij hopen, dat ons uitleggen begrepen wordt. Voor onze zekerheid en die van onze leerlingen proberen we te onderzoeken wat het gevolg van ons uitleggen bij de leerlingen is geweest. Dat doen we door middel van vragen en opdrachten.*
– Erik: *Wij, leerlingen proberen aan die opdrachten zo goed mogelijk te beantwoorden. Wij lezen nauwkeurig de vragen. Dat is ons ingeprent. En dan gaan we aan het rekenen en tekenen. We doen datgene wat gevraagd is. Hoe vindt u trouwens de clausule in koopcontracten, waar vermeld wordt dat de garantie vervalt als er onoordeelkundig is omgegaan met het gekochte apparaat, dit ter beoordeling van de fabrikant?*
– Piet: *Dat laatste vind ik laakbaar in de houding van de fabrikant.*
– Erik: *Je weet waar je aan toe bent, namelijk dat je als consument geen rechten hebt. Maar het kan nog erger, als de fabrikant deze clausule niet zou vermelden en het intussen vanzelfsprekend zou vinden, dat alleen hij het recht heeft te beoordelen of de klant zorgvuldig is omgegaan met het gekochte toestel.*

– Piet: *Wat wil je daarmee zeggen, Erik?*
– Erik: *Zoiets gebeurt volgens mij herhaaldelijk bij examens wiskunde. Het valt me op, dat er bij de opgaven niet een clausule staat: nauwkeurige beantwoording van de gestelde vragen garandeert nog niet een voldoend cijfer. Er moet blijken dat het begrepen is. Zulks ter beoordeling van de examinator.*
– Piet: *Dat staat er dus niet.*
– Erik: *Het wordt als een vanzelfsprekendheid beschouwd. De leerlingen moeten zich altijd weer afvragen: zou hier iets bij moeten? Zou mijn leraar begrijpen, dat ik het begrijp?*
– Piet: *Wij, leraren, geven ook les. Wij stellen dat soort vragen niet voor het eerst op het examen. We trainen jullie er op.*
– Erik: *Die is goed. U bedoelt te zeggen, dat we moeten laten zien, dat we getraind zijn. Dat, als ik een grafiek moet tekenen, ik ongevraagd een rijtje niet gestelde, maar door mij uit het hoofd geleerde vragen ga beantwoorden.*
Is begrijpen ongeveer gelijk aan goed getraind zijn?
– Piet: *Begrijpen staat niet los van oefenen. Maar in onze carrièremaatschappij wil een mens meestal een goede beoordeling krijgen, ook al is er niet getraind, ook al is er weinig begrepen.*
– Erik: *Dat kan een reden zijn voor een kritische opstelling, maar dat mag niet leiden tot een gemakzuchtige houding bij de leraar.*
Wij, leerlingen, moeten dingen bewijzen, die de leermeester stilzwijgend verwacht. En achteraf gaat hij het nog beoordelen ook.
Toen ik nog bij u in de brugklas zat, moesten we precies opschrijven wat we bedoelden, anders werd het fout gerekend. Ook al begreep u best wel wat we bedoelden. Maar bij de eindexamenopgaven wordt niet afgedrukt wat nu precies bedoeld is. Dan moet de kandidaat de verborgen bedoelingen kennen.
– Piet: *Moet volgens jou niet onderzocht worden wat de kandidaat begrijpt?*
– Erik: *Leraren begrijpen waarschijnlijk veel van wiskunde. Maar ze begrijpen kennelijk niet wat begrijpen is. En als ze daar misschien toch enig idee van hebben, dan zijn ze in ieder geval niet in staat dat bij hun leerlingen goed te onderzoeken.*
En ik kan er geen begrip voor opbrengen, dat ze het toch altijd maar weer proberen.



▶ Jaarrede 1992

Over wiskundige begaafdheid is veel nagedacht en veel geschreven. Johan Wansink, oud-voorzitter en erelid van onze vereniging, schreef tussen 1966 en 1970 drie delen Didactische oriëntatie voor wiskundeleraren. Hierin gaat hij in op de vele factoren die een rol spelen bij de wiskundige begaafdheid. Belangrijk zijn volgens Wansink het creatief vermogen, originaliteit, en het vermogen om niet voor de hand liggende relaties en de bijbehorende verbale expressies te ontdekken. Hij schrijft verder, en ik citeer: '*In ons onderwijsproces hebben we de taak het leerproces te leiden van alle leerlingen; deze leerlingen kunnen ten aanzien van aanleg en begaafdheid sterk verschillen. We hebben de taak ervoor te zorgen, dat de zwakken voldoende steun krijgen en dat de begaafden niet tekort komen, dat ze door de massaverzorging die onze scholen kenmerkt, niet in hun ontwikkeling worden geremd.*' Einde citaat.

Hoewel meer dan twintig jaar geleden geschreven, geloof ik dat we deze opmerkingen gerust zeer actueel kunnen noemen. Met de komst van de basisvorming zal onze taak er zeker niet eenvoudiger op geworden zijn. De reeds in de bovenbouw havo/vwo ingezette tendens om meer met contextrijke, maatschappelijk georiënteerde wiskunde te werken, en de reeds in de basisschool ingezette tendens tot realistisch rekenen, worden naar onze mening terecht doorgevoerd in de voorstellen van de COW (Commissie Ontwikkeling Wiskundeonderwijs) voor 12- tot 16-jarigen. Het is verheugend dat er gezocht is naar inhoud, omvang en niveau

die aangepast zijn aan de vermogens tot abstractie en modelvorming van de leerlingen. De leerstof is meer dan voorheen gericht op het toekomstig maatschappelijk functioneren van de verschillende leerlingen.

Op 8 september 1992 heeft de COW haar voorstellen voor een nieuw examenprogramma mavo/vbo C en D en aparte leerplannen voor die afdelingen alsmede voor vbo B en onderbouw havo en vwo aan de staatssecretaris aangeboden. De COW is erin geslaagd om met deze vijf trajecten, weliswaar niet voor elke leerling, maar toch wel voor elke schoolsoort een eigen invulling te geven voor een gemeenschappelijk basisprogramma.
Gaarne wens ik hier de leden van de COW hartelijk geluk met het resultaat van hun werk. Het is een uitermate gedurfd voorstel waardoor het wiskundeonderwijs voor 12- tot 16-jarigen flinke veranderingen zal ondergaan. In het bijzonder bedank ik de vertegenwoordigers van onze vereniging, te weten Francis Meester en Joop van Dormolen hartelijk voor hun belangrijk werk. Via hen heeft het bestuur steeds de mogelijkheid gehad om de meningen van onze leden en de bevindingen van onze regionale werkgroepen door te sluizen naar de COW. Mede door deze invloed van het veld zijn de oorspronkelijke voorstellen van de COW flink bijgesteld.
Verheugend is het dat op allerlei niveaus ook veel vrouwen betrokken zijn geweest bij de ontwikkeling van de nieuwe leerplannen. We hopen dat dit er mede toe zal bijdragen dat het wiskundeonderwijs ook meisjes meer kans op succes zal bieden, wat een van de overwegingen van de staatssecretaris was bij het instellen van de COW in 1987.
Aangezien er grote behoefte bestaat aan duidelijkheid over datgene wat er in de komende jaren moet worden onderwezen dringt het bestuur er bij de staatssecretaris op aan met spoed de nieuwe examenprogramma's vbo/mavo C/D goed te keuren. We juichen in het bijzonder toe dat er voor het eerst ook voor het vbo B-niveau een werkelijk wiskundeleerplan gemaakt is, dat voor deze leerlingen zinvol en haalbaar lijkt en toch aansluit bij het C-niveau. Ook is er een begin gemaakt met de samenwerking tussen de coördinatiecommissies voor de vbo B-examens. Hierdoor kan een zekere landelijke uniformiteit gaan ontstaan binnen het vbo B-programma.

Met de opzet van meer bruikbare wiskunde voor allen dient er voor gewaakt te worden dat met name in het vwo voldoende aandacht blijft voor wiskunde als zelfstandig cultuurelement. Er dient zorgvuldig geëvalueerd te worden of het leren argumenteren en bewijzen en de vermelde algebraïsche vaardigheden in de praktijk van het lesgeven voldoende zullen zijn voor werkelijk voorbereidend wetenschappelijk onderwijs.

Er zijn nieuwe keuzes gemaakt en kiezen doet ook verliezen, maar wij hebben oprecht de verwachting dat een leerling die een van deze leerplannen met succes heeft doorgewerkt, op zijn niveau goed beslagen de maatschappij in gaat. Hierbij moet ik wel benadrukken dat een goede na- en bijscholing voor de docenten in de komende tijd van het grootste belang is.

De werkgroep 'Vrouwen en Wiskunde' heeft in maart haar tweede lustrum gevierd. Op een bijzondere manier werd op de dag met als titel 'Vrouwen gebruiken wiskunde in hun beroep' door vrouwen met zeer uiteenlopende beroepen aangegeven hoe wiskundige elementen in hun beroep van pas kwamen. Buitengewoon interessant was de lezing van de Engelse lerares Rose Flower die daarmee zorgde voor veel publiciteit. Het materiaal dat die dag in de workshops gebruikt is, wordt bewerkt en zal verschijnen in een boek getiteld 'Wiskunde in beroepen'. De Werkgroep probeert dit boek in het voorjaar 1993 te laten verschijnen. De extra subsidie die de werkgroep van het ministerie kreeg liep per 1 augustus 1992 af en de minister heeft een nieuw verzoek om subsidie afgewezen. Men probeert op dit moment geld te vinden om het Vrouwen en Wiskunde-centrum te kunnen behouden.

De Werkgroep Interpretatie Eindexamenprogramma Wiskunde A (de WIEWA) heeft haar eindrapport uitgebracht en dit heeft door publikatie in Uitleg een officiële status gekregen. De werkgroep stond onder leiding van ons bestuurslid Jan Breeman en wij bedanken hem en degenen die met hem meegewerkt hebben van harte voor het voortreffelijke werk dat zij verricht hebben.

Na jarenlang aandringen is het ons onlangs gelukt om van het ministerie medewerking te verkrijgen

bij de totstandkoming van een commissie die gaat onderzoeken of het vwo B-examenprogramma veranderd moet worden. De commissie zal bekijken of de onderwerpen die aan de orde komen aangepast moeten worden aan veranderde opvattingen bij het wetenschappelijk onderwijs en of het gebruik van de graphic calculator en computeralgebra de wijze waarop gewerkt wordt kan verbeteren.

De resultaten van de eerste landelijke examens havo-wiskunde nieuwe stijl waren wat betreft het A-examen zeer goed. Voor het B-examen was dat zeker niet het geval. Hoewel het duidelijk is dat er op veel fronten nog ingespeeld moet worden op de nieuwe situatie is het al wel duidelijk dat het hogere niveau van dit vak voor veel minder havo-leerlingen haalbaar is. Ofschoon de relatie tussen resultaten en aantallen lesuren niet onderzocht is, ziet het er voorlopig naar uit dat twee keer vier uren voor wiskunde B onvoldoende is om de leerlingen op een voldoende niveau te brengen. Het baart veel zorgen dat onevenredig veel meisjes kiezen voor wiskunde A en veel te weinig voor wiskunde B. Over mogelijke oorzaken en de complexiteit ervan is al veel gezegd maar echte oplossingen voor het probleem zijn nog niet gevonden.

Los van de resultaten van de havo-examens pleiten wij voor een beter contact met de wiskunde-docenten van het hbo, om te zorgen voor een optimale doorstroming van de havo-leerlingen. Een inventarisatie van onderwerpen die op een eventuele bijeenkomst van hbo- en havo-docenten aan de orde kunnen komen wordt momenteel gemaakt.

De samenwerking tussen het bestuur en de redactie van Euclides wordt steeds beter. Wij maken ons beiden grote zorgen over de hoogte van het bedrag dat gemoeid is met de uitgave van ons blad. De eigenaar van het blad, de firma Wolters-Noordhoff, heeft ons een aanzienlijke verhoging van het collectief abonnement in het vooruitzicht gesteld, aangezien Euclides de firma te weinig oplevert in verhouding tot de tijd en de moeite die erin gestoken moet worden. De mogelijkheid bestaat dat het eigendomsrecht van Euclides aangeboden zal worden aan de NVvW. Hoewel hieraan grote voordelen verbonden zijn moeten wij om kostendekkend te kunnen werken zelf meer op zoek gaan naar sponsors die ons het mogelijk maken het blad in de gewenste kwaliteit en kwantiteit uit te geven. Het bestuur verzoekt nu reeds alle leden, die belangstelling hebben voor dit soort management-werkzaamheden om zich te melden.
Overigens wil ik met nadruk opmerken dat ook nu weer de firma WN bereid is geweest een behoorlijke subsidie te geven voor onze juni-special. Hierdoor is het mogelijk geweest om deze in een extra grote oplage te verspreiden.

Het bestuur heeft een nieuwe nomenclatuurcommissie ingesteld om het nomenclatuurrapport te herzien. De grote veranderingen in ons wiskundeonderwijs leiden tot de noodzaak om weer duidelijke afspraken te maken over de manier waarop in examens en in leerboeken de vele nieuwe elementen in het wiskundeonderwijs genoteerd zullen worden. De belangstelling voor de leesportefeuille van buitenlandse tijdschriften is niet voldoende gestegen. Het bestuur heeft gemeend deze dienstverlening te moeten beëindigen. Wij bedanken de heer F. M. W. Doove heel hartelijk voor het vele werk dat hij gedurende al die jaren gedaan heeft i.v.m. de organisatie van de leesportefeuille.

Er was een tamelijk grote Nederlandse afvaardiging bij het ICME-congres (internationale congres over wiskundeonderwijs) in Canada. Het nieuwe Nederlandse wiskundeonderwijs is daar zeer duidelijk gepresenteerd en het bleek dat wij in de internationale ontwikkelingen een respectabel stuk werk verricht hebben. Wij zijn zeer benieuwd naar de verslagen van deelnemers die we in Euclides hopen te kunnen lezen. Men heeft aldaar het plan gemaakt om een fonds te stichten dat het deelnemers uit de derde wereld mogelijk moet maken zulke congressen bij te wonen. Het voorstel is gelanceerd om aan alle leden van verenigingen zoals de onze te vragen of zij vrijwillig 1 of 2 gulden extra contributie willen betalen om zodoende het fonds groot genoeg te maken.
Zoals u in Euclides nummer 8 van de vorige jaargang hebt kunnen lezen hebben de Nederlandse

Vereniging tot Ontwikkeling van het Reken Wiskundeonderwijs (de NVORWO) en de NVvW ook voor 1992 een didactiekprijsvraag uitgeschreven. Bij dezen roep ik u nogmaals op om mee te doen aan die prijsvraag door een eigen ontwerp van een onderdeel van het reken- of wiskundeonderwijs in te sturen naar onze secretaris.

Het moge u duidelijk zijn dat het bestuur zich ernstig bezig houdt met het verenigingsbeleid op langere termijn. Door veranderde omstandigheden zal anders gewerkt moeten worden dan een aantal jaren geleden. Reeds enige jaren hebben wij erg veel extra bijeenkomsten georganiseerd op grond van noodzakelijke informatievoorziening aan de leden over nieuwe ontwikkelingen. De doelgroepen waren weliswaar verschillend maar hadden niet een lege doorsnede. Denkt u maar aan de Hewet-, de Hawex-, de COW-, de graphic calculator- en de volwassenen-onderwijs-bijeenkomsten. Vele vragen om een follow-up.
Het voortgezet rekenen in de basisvorming vraagt om een nog intensievere samenwerking met de NVORWO.
Gezien de grote opkomst en het succes bij nagenoeg alle regionale bijeenkomsten zijn wij van plan deze als een vast agendapunt in ons jaarprogramma op te nemen, onder het motto:

De NVvW komt naar u toe.

Vanwege de grote inzet die dan in allerlei regio's nodig is, zien wij in dat zoiets niet door het bestuur alleen voor te bereiden is en dus verlengen we het motto met:

Wat doet u?

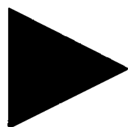
In onze visie moeten er op den duur landelijke en eventueel ook regionale werkgroepen ontstaan die zich bezig houden met:

a) de evaluatie van de nieuwe examenprogramma's mavo/vbo C en D en de vijf nieuwe leerplannen W 12-16.
b) de vwo A-problematiek met o.a. de statistiek.
c) de vernieuwing van het vwo B-leerplan.
d) de graphic calculator en de computeralgebra.
e) de didactiek rondom het 'nieuwe' rekenonderwijs.
f) de informatie-voorziening aan- en van de mbo- en hbo-docenten.
g) het probleem dat te weinig meisjes wiskunde B kiezen in havo en vwo.
enz. enz. enz.

Hoewel niet elke werkgroep altijd voldoende actuele onderwerpen zal hebben, verwachten wij dat er toch voor de van te voren vastgestelde regionale bijeenkomst twee of drie thema's zullen zijn waarvoor veel belangstellenden, nu zonder teveel reistijd te verliezen, bijeen kunnen komen. Een continue mogelijkheid om met collega's die eenzelfde methode gebruiken van gedachten te wisselen en proefwerken uit te ruilen lijkt ons een extra stimulans om dit plan door te zetten. Een verzameling artikelen voor Euclides als gevolg van de werkgroepijver zou belangrijke, leuke en interessante resultaten naar een breder veld over kunnen brengen.

Uiteraard gaat dit geld kosten. Natuurlijk hopen wij ook voor zulke bijeenkomsten sponsors te krijgen. Misschien dat de vele uitgevers in dit opzicht ons een grote dienst kunnen bewijzen. Belangrijk lijkt ons ook dat een actieve vereniging met actieve werkgroepen in de regio's, voor veel docenten een aantrekkelijke vereniging zal zijn, waardoor het ledental kan stijgen en de stem van de vereniging krachtiger kan worden. Hierbij denk ik zowel aan een toeloop uit de schoolsoorten waar al veel leden vandaan komen als aan een uitbreiding naar meer hbo-, mbo- en vbo-docenten.

Dus de NVvW komt naar u toe! Wat doet u?



Mededeling

Aan de bezitters van een TI 81 of TI 85

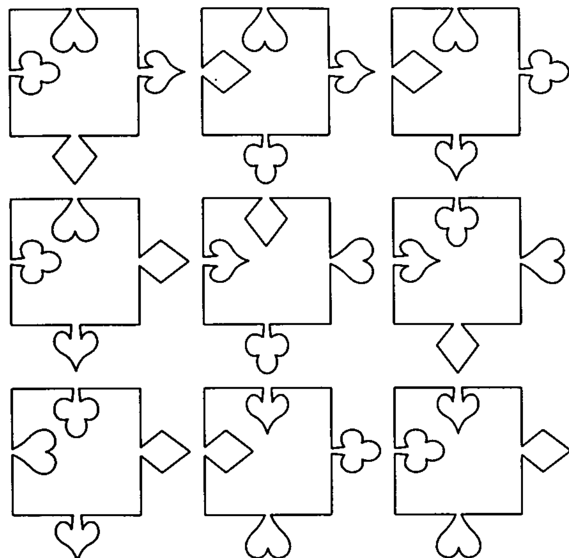
Het adres van Texas Instruments is gewijzigd. Voor garantie of andere zaken dient u zich te richten tot:
Texas Instruments, Yvonne Haarhuis, Postbus 532, 1180 AM AMSTELVEEN; 020-5 45 06 00 (tel.), 020-5 45 06 60 (fax).

Recreatie

Nieuwe opgaven met oplossingen en correspondentie over deze rubriek aan Jan de Geus, Valkenboslaan 262-A, 2563 EB Den Haag.

Opgave 644

Betsy en Geert Bekkering uit Enschede bestuderen al jaren de geschiedenis van de legpuzzel. In 1988 verscheen van hen het boek „Stukje voor stukje. Geschiedenis van de legpuzzel in Nederland." Dit is nog steeds bij hen te koop voor *f* 15,– plus *f* 5,– porto. Al een aantal malen heb ik met Geert een discussie gehad over zijn definitie van een legpuzzel: 'Door het samenvoegen van een aantal kleine stukjes ontstaat een complete plaat'. Dat er een afbeelding moet ontstaan is niet nodig: er zijn blanco legpuzzels bekend. Meestal mag er maar 1 oplossing zijn: tangramachtige spelen en mozaïeken zijn geen legpuzzels. Gelukkig schrijven ze: 'Er blijken overgangsvormen te bestaan'!
Sinds maart 1992 verschijnt hun nieuwsbrief 'Gildestukjes'. Voor informatie kunt u ze bellen: 053-30 06 91.



Bij onderstaande wiskundige (!) puzzel moeten de 9 stukjes tot een passend 3 bij 3 vierkant gelegd worden. De stukjes mogen niet omgedraaid worden. Er is slechts 1 oplossing. Een mooie afbeelding erop plakken is dus niet nodig. Is het nu toch een legpuzzel?
Met het tijdig insturen (binnen 1 maand) van een goed passend 3 × 3 vierkant verdient u 5 punten voor de ladderwedstrijd.

Oplossing 641

De nieuwjaarspuzzel van *Bob Kootstra* (19), Roosendaal heeft heel veel leuke reacties opgeleverd en een aantal nieuwe puzzelladderbeklimmers. De opgave was om het kwadraat van 1,9931993... te benaderen als breuk, waarbij de teller uit 4 cijfers bestond en de noemer uit 3 cijfers. Zo'n benaderingsbreuk is gemakkelijk te vinden m.b.v. de theorie van *kettingbreuken*. Gegeven was dus 3,9728434... Trek nu het gehele deel (3) eraf en neem het omgekeerde van 0,9728434... Dit geeft 1,0279... Daarna begint het proces opnieuw. De getallen voor de komma geven de wijzergetallen [3, 1, 35, 1, 4, 1, 2]. Dit levert de volgende kettingbreuk op:

$$3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{35+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2}}}}}}=\frac{2487}{626}$$

We vinden dus $\sqrt{\frac{2487}{626}} = 1{,}99319930024\ldots$

Op deze manier komt men ook aan de benaderingsbreuken van $\pi = 3{,}1415926\ldots$:

$$\frac{3}{1}, \frac{22}{7}, \frac{333}{106}, \frac{355}{113}, \frac{103993}{33102}, \frac{104348}{33215}, \frac{208341}{66317}.$$

Een lezenswaardig artikel hierover staat in de CWI Syllabus 27: 'Vacantiecursus 1990, Getallentheorie en haar toepassingen'.
Het aardige van dit alles is dat Bob deze oplossingsmethode spelenderwijs zelf bedacht heeft, zonder ooit van kettingbreuken gehoord te hebben! Tot geruststelling van sommige inzenders: het vinden van de breuk leverde al 5 punten op!
Veel dank aan *Ton Kool* (10), Sassenheim voor zijn computeroutput met oplossingen tot het jaar 2046. Voor de volgende jaar*wisseling* geldt: $\sqrt{\frac{15800}{3977}} = 1{,}9931994\ldots$ met de wijzergetallen [3, 1, 35, 1, 4, 1, 2, 6].
Met 49 punten is winnaar geworden van de boekenbon van *f* 25,–:
Ton van den Akker, Beemdstraat 2, 5384 LB Heesch.
Hartelijk gefeliciteerd!

Notulen van de jaarvergadering 1992

Om 10.18 uur opent de voorzitter, dr. J. van Lint de vergadering. Hij verwelkomt alle aanwezigen en in het bijzonder de ereleden prof. dr. F. van der Blij, dr. J. van Dormolen en dr. Th. Korthagen, de inspecteurs drs. W. Kleijne en dr. J. G. Nijenhuis, de vertegenwoordigers van de NVORWO E. Wijdeveld en mevrouw M. Wijers, de redactie van Euclides en de organisatoren en medewerkers aan de studiedag.
Vervolgens spreekt de voorzitter de jaarrede uit.
Hierna worden de notulen van de algemene vergadering van 26 oktober 1991 en het jaarverslag van de secretaris goedgekeurd.
De voorzitter deelt mede dat na het aftreden van de heer F. F. J. Gaillard het penningmeesterschap is vervuld door de heer C. Th. Hoogsteder, totdat per 1 augustus 1992 de heer drs. S. Garst als penningmeester is gaan functioneren. De voorzitter voegt hier nog aan toe dat de heer Gaillard nog steeds een actief medewerker van het bestuur is.
Nadat de penningmeester heeft uitgelegd dat, hoewel de leesportefeuille is opgeheven, er voor nagekomen uitgaven nog een post leesportefeuille op de begroting 1992/93 voorkomt, worden de financiële overzichten en de begroting goedgekeurd.
Het verslag van de kascommissie wordt voorgelezen, waarna de penningmeester wordt gedechargeerd met dank voor het vele verrichte werk. De voorzitter stelt vervolgens voor het 'Fonds Eigen Publikaties' voortaan 'Vredenduinfonds' te noemen. De heer dr. P. G. J. Vredenduin, erelid van de vereniging, is de initiatiefnemer geweest om dit fonds in te stellen. Met applaus besluit de vergadering hiertoe.
Daar er geen tegenkandidaten zijn, worden zonder stemming in de kascommissie benoemd de heer R. van Oord uit Waddinxveen en mevrouw drs. M. Kerssen-Muilwijk uit Nuenen.
De voorzitter gaat hierna over tot de bestuursverkiezing. Aftredend zijn mevrouw A. Aukema-Schepel en de heren J. J. Breeman en F. J. Mahieu. Daar allen zich herkiesbaar hebben gesteld en er geen tegenkandidaten zijn worden de aftredende bestuursleden herkozen.
Het volgende agendapunt is de contributie voor het jaar 1993/1994. De penningmeester meldt dat de financiële positie momenteel goed is. Aan de hand van een ontwerpbegroting laat hij echter zien dat onder andere door prijsverhogingen bij Euclides de uitgaven zullen stijgen. Het bestuur stelt daarom voor de contributie vast te stellen op *f* 60,–. De vergadering gaat hiermee akkoord.
Hierna vraagt de voorzitter nog aandacht voor de uitgereikte evaluatieformulieren en verzoekt deze aan het einde van de dag in te leveren. De heer Breeman vraagt nog de aandacht voor de bliksemenquête over het havo en vraagt het aantal uren voor wiskunde A en B in 4 en 5 havo in te vullen en tevens te vermelden als de school faciliteiten heeft voor de aansluitingsproblemen bij wiskunde A voor doorstromers van 5 havo naar 5 vwo.

Na het ochtendgedeelte van de jaarvergadering geeft de voorzitter het woord aan de heer drs. H. Broekman om de studiedag in te leiden.
Na de studiedag volgt het middaggedeelte van de jaarvergadering. Dit gedeelte bestaat uit de rondvraag.

De eerste vraag komt van mevrouw drs. G. Fokkens. Zij constateert dat er met de basisvorming in de mavo strijdige belangen komen. Wil men drie jaren nemen voor het afsluiten van de basisvorming, dan moet men wiskunde in de derde klas verplicht stellen. Wil men wiskunde in de derde klas niet verplicht stellen dan moet men de kerndoelen al na twee jaren afsluiten.
In het eerste geval zal men voor leerlingen die wiskunde laten vallen toch al iets aan het examenprogramma moeten doen, anders heeft men alleen 4 mavo voor het examenprogramma. Of de leerboeken voor de mavo streven naar afsluiten van de kerndoelen na twee of na drie jaar is ook nog niet duidelijk. Heeft de vereniging een advies in dezen of kan ze met een advies op korte termijn komen? Hoe zit het dan met de adviestabel? Is het programma haalbaar?
De voorzitter antwoordt dat de huidige minimumtabel voor het mavo van 7 uren verandert in een adviestabel van 10 uren. Hoewel het bevoegd gezag oplossingen kan zoeken om dit in twee jaren af te werken, lijkt dit onmogelijk. Hierdoor zullen in de derde klas alle leerlingen wiskunde moeten volgen. Het gevoel dat leerlingen graag zo snel mogelijk van wiskunde verlost willen zijn, is gebaseerd op het oude programma en dit kan bij het nieuwe programma wel eens heel anders zijn.
De heer drs. H. Boertien voegt hier nog aan toe dat de tabel slechts een adviestabel is, maar dat het programma voor de kerndoelen wel geheel moet worden afgewerkt.

De heer drs. J. Wisbrun komt terug op de jaarrede van de voorzitter. Hierin is het voorstel gemeld dat afkomstig is van het ICME-congres te Québec. Het gaat om een vrijwillige bijdrage van enige guldens om leraren uit derde-wereldlanden de gelegenheid te geven aan congressen en dergelijke deel te nemen. Hij vraagt wat de vereniging met dit voorstel doet en stelt in verband hiermee voor de contributie tot *f* 65,– te verhogen in plaats van tot *f* 60,–. Wie bezwaar heeft tegen deze extra verhoging kan *f* 5,– van de contributie aftrekken.
De voorzitter antwoordt dat het bestuur nog niet precies weet hoe bij een vrijwillige bijdrage de acceptgirokaarten moeten worden ingevuld, maar dat het bestuur de voorkeur geeft aan een contributie van *f* 60,– waar de leden hun vrijwillige bijdrage aan toevoegen.

Vervolgens stelt de heer Wijdeveld het volgende voor: Als Euclides op andere wijze uitgegeven gaat worden, verdient het aanbeveling in overleg te treden met de uitgever van 'De Nieuwe Wiskrant' om een gezamenlijk uitgavenplan op te stellen. Beide tijdschriften kunnen bijvoorbeeld losbladig uitgegeven worden ten behoeve van respectievelijk de basisvorming en de bovenbouw. Men kan zich abonneren op één of beide katernen afhankelijk van werkveld, interesse etcetera.
De voorzitter deelt mee dat het bestuur reeds in deze richting heeft gedacht maar voorlopig toch nog veel problemen ziet. Misschien is een samengaan in de verdere toekomst mogelijk, maar niet op korte termijn.
De heer Wijdeveld wijst op een mogelijk financieel voordeel. De voorzitter ziet echter problemen door de verschillende manier van werken en financieren.

De heer Broekman vraagt de aandacht voor de gemeenschappelijke werkgroep van de NVORWO en de NVvW. De werkgroep heeft momenteel weinig leden uit de NVvW. Hij doet een oproep

aan de leden van de NVvW om aan de werkgroep te gaan deelnemen. De heer Broekman vraagt tevens aandacht voor de 'Didactiekcommissie'. Het aantal leden van deze commissie slinkt. Juist nu er meer activiteiten in de onderbouw gaan komen, vraagt hij vooral de jongere leden om eens in de maand in een studiegroep te gaan meewerken.
De voorzitter vindt dat dit ook past in het voorstel om meer regionaal te gaan werken. Landelijke commissies vragen misschien te veel reistijd. Hij onderschrijft dat de vereniging jong bloed nodig heeft.

Aan het eind van de rondvraag dankt de voorzitter de leiders van de werkgroepen en in het bijzonder de organisatoren voor de geslaagde studiedag. Hij heeft bewondering voor de mensen die bereid waren een workshop te organiseren. Hij dankt de heer en mevrouw Gaillard voor de goede organisatie van de dag en conciërges, huishoudelijke dienst en schoolleiding van het Nieuwe Lyceum voor de goede verzorging en de verleende gastvrijheid.
Hierna sluit hij om 16.43 uur de jaarvergadering.

▶ Examenbesprekingen mei 1993

Alle docenten wiskunde worden uitgenodigd één of meer examenbesprekingen bij te wonen. Niet overal is de bijeenkomst op hetzelfde adres als vorig jaar. Voor het vastleggen van het schema van de bijeenkomsten zijn we afhankelijk van de examendata. Er is naar gestreefd zo snel mogelijk na het examen de bijeenkomsten te houden.

Examenbesprekingen wiskunde voor havo A op zaterdag 15 mei 1993 van 15.30-17.00 u. te:

Plaats	Gespreksleider
AMSTERDAM Sweelinck College Moreelsestraat 21 020-6 62 56 97	Mw. drs. G. W. Fokkens 020-6 43 84 47
AMERSFOORT Zalencentrum De Eenhoorn Tegenover station NS	Drs. P. G. M. Kop 01726-1 40 82
ARNHEM Thorbecke S.G. Thorbeckestraat 17 085-42 30 28	Drs. G. V. J. Stroomer 08360-4 09 58
GOES Buys Ballot College Patijnweg 50 01100-1 30 10	A. Ruijgt 01102-4 39 63
's-GRAVENHAGE St.-Janscollege Colijnplein 9 070-3 68 76 70	J. P. C. van der Meer 01742-9 71 38
GRONINGEN Rölingcollege Melisseweg 2 050-42 10 00	Jos Tolboom 050-27 54 94
ROTTERDAM Citycollege Franciscus Beukelsdijk 91 010-4 77 00 33	B. L. G. P. Hillebrand 01807-1 52 10
TILBURG Boerke Mutsaers Vijverlaan 2 013-67 06 93 (NS Tilb. West)	Ir. W. Laaper 040-12 33 54
ZWOLLE v.d. Capellen S.G. Lassuslaan 230 038-22 52 02	J. Th. J. Mahieu 038-54 04 14

Examenbesprekingen wiskunde voor vwo A op vrijdag 21 mei 1993 van 15.30-17.00 u. te:

Plaats	Gespreksleider
AMSTERDAM Sweelinck College Moreelsestraat 21 020-6 62 56 97	Mw. drs. G. W. Fokkens 020-6 43 84 47
AMERSFOORT Zalencentrum De Eenhoorn Tegenover Station NS	Drs. P. G. M. Kop 01726-1 40 82
ARNHEM Thorbecke S.G. Thorbeckestraat 17 085-42 30 28	Drs. W. H. M. Kremers 08373-1 82 06
GOES Buys Ballot College Patijnweg 50 01100-1 30 10	Drs. S. H. P. Garst 01874-21 77
's-GRAVENHAGE St.-Janscollege Colijnplein 9 070-3 68 76 70	J. P. C. v.d. Meer 01742-9 71 38

GRONINGEN Rölingcollege Melisseweg 2 050-42 10 00	Drs. M. van Steenis 05908-1 81 21
ROTTERDAM Citycollege Franciscus Beukelsdijk 91 010-4 77 00 33	C. Rijke 078-19 42 86
TILBURG Boerke Mutsaers Vijverlaan 2 013-67 06 93 (NS Tilb. West)	Ir. W. Laaper 040-12 33 54
ZWOLLE v.d. Capellen S.G. Lassuslaan 230 038-22 52 02	J. Th. J. Mahieu 038-54 04 14

Examenbesprekingen wiskunde voor lbo/mavo C en D op woensdag 26 mei 1993 van 15.30 u. tot 17.00 u. te:

Plaats	Gespreksleiders*)
ALKMAAR Bram Daaldermavo Rubenslaan 14 072-11 34 38	1 T. Dunselman 075-28 40 42 2 Mw. C. Gaykema 020-6 12 91 85
HAREN (Groningen) Zernike College Westerse Drift 98 050-34 40 00	1 S. Kooiman 050-25 12 89 2 J.C. Borst 05960-1 24 26
LEEUWARDEN Mavo Nylân Prinsessenweg 4 058-88 42 02	1 J. Tuinstra 2 J. Tuinstra 05133-26 57
ROTTERDAM Mavo Het Lage Land Kromhoutstraat 1-7 010-4 20 53 93	1 B. L. P. G. Hillebrand 2 B. L. P. G. Hillebrand 01807-1 52 10
TILBURG Boerke Mutsaers Vijverlaan 2 013-67 06 93 (NS Tilburg West)	1 F. J. Mahieu 04116-7 34 68 2 F. J. Mahieu
UTRECHT K.S.G. Lunetten Kampereiland 6 030-88 35 51	1 R. J. Roukema 2 R. J. Roukema 03465-6 04 29
ZWOLLE Thorbecke S.G. Dr. v. Heesweg 1 1038-54 66 77	1 G. Hoogendoorn 038-53 82 62 2 Mw. A. G. R. de Graauw 03412-5 22 08

*) 1: C-examen
2: D-examen

Examenbesprekingen wiskunde voor vwo B op zaterdag 29 mei 1993 van 9.30-11.00 u te:

Plaats	Gespreksleider
AMSTERDAM Sweelinck College Moreelsestraat 21 020-6 62 56 97	A. Holleman 02518-5 49 13
AMERSFOORT Zalencentrum De Eenhoorn Tegenover Station NS	W. A. M. van Bunnik 030-51 79 46
ARNHEM Thorbecke S.G. Thorbeckestraat 17 085-42 30 28	Mw. drs. E. v.d. Berg-de Both 080-55 14 14
's-GRAVENHAGE St.-Janscollege Colijnplein 9 070-3 68 76 70	Mw. drs. M. P. Kollenveld 070-3 90 48 67
GRONINGEN Rölingcollege Melisseweg 2 050-42 10 00	H. H. C. Pentinga 05909-15 28
ROTTERDAM Citycollege Franciscus Beukelsdijk 91 010-4 77 00 33	B. L. G. P. Hillebrand 01807-1 52 10
TILBURG Boerke Mutsaers Vijverlaan 2 (NS Tilburg West)	A. L. P. van Merode 01623-1 37 46
ZWOLLE v.d. Capellen S.G. Lassuslaan 230 038-22 52 02	Dr. J. van Lint 038-53 99 85

Examenbesprekingen wiskunde voor havo B op zaterdag 29 mei 1993 van 11.15-12.45 u te:

Plaats	Gespreksleider
AMSTERDAM Sweelinck College Moreelsestraat 21 020-6 62 56 97	Drs. J. P. Muthert 02903-33 30

AMERSFOORT Zalencentrum De Eenhoorn Tegenover Station NS	Drs. M. J. F. M. Voorhoeve 030-93 61 66
ARNHEM Thorbecke S.G. Thorbeckestraat 17 085-42 30 28	Drs. P. v.d. Berg 080-44 89 56
GOES Buys Ballot College Patijnweg 50 01100-1 30 10	Drs. S. H. P. Garst 01874-21 77
's-GRAVENHAGE St.-Janscollege Colijnplein 9 070-3 68 76 70	Drs. C. D. Hendriks 01740-2 01 31
GRONINGEN Rölingcollege Melisseweg 2 050-42 10 00	Drs. M. van Steenis 05908-1 81 21
ROTTERDAM Citycollege Franciscus Beukelsdijk 91 010-4 77 00 33	E. J. van Dongen 010-4 67 21 30
TILBURG Boerke Mutsaers Vijverlaan 2 013-67 06 93 (NS Tilb. West)	C. J. M. Nienhuis 04116-7 85 01
ZWOLLE v.d. Capellen S.G. Lassuslaan 230 038-22 52 02	J. P. Scholten 053-76 87 91

Adressen van auteurs

A. Goddijn, Tiberdreef 4, 3561 GG Utrecht
T. Koetsier, VU, fac. wisk en inf., De Boelelaan 1081, 1081 HV Amsterdam
A. Lagerwerf, Dwarsweg 52, 3702 XC Zeist
V. E. Schmidt, Verlengde Grachtstraat 43, 9717 GE Groningen
H. N. Schuring, Cito, Postbus 1034, 6801 MG Arnhem
P. van Wingerden, Ch. de Bourbonlaan 66, 3708 CD Zeist

Verschenen

D. S. Dummit & R. M. Foote: *Abstract Algebra*; Prentice Hall; ISBN 0-13-005562-X; $ 33.95; 658 blz.

Deze uitgebreide inleiding in de moderne algebra valt uiteen in een vijftal afdelingen: (I) groepentheorie; (II) ringtheorie; (III) modulen en vectorruimten; (IV) lichamen en Galoistheorie; (V) representaties van eindige groepen. In een appendix wordt aandacht besteed aan het Keuzeaxioma en het Lemma van Zorn.
Elke paragraaf is voorzien van een sectie opgaven.

D. G. Hoffman c.s.: *Coding Theory, the Essentials*; Marcel Dekker; ISBN 0-8247-8611-4; $ 55.00; 277 blz.

Dit leerboek is geheel gewijd aan binaire codes en codes over lichamen van karakteristiek 2. De constructie van de code, het coderen en het decoderen worden behandeld voor een aantal klassen van codes die in de praktijk hun bruikbaarheid hebben bewezen (o.a. BCH, Reed-Solomon, convolutie-type).
Van de lezer wordt kennis van enige elementaire lineaire algebra verwacht. De wiskunde die verder nodig is, is in het boek opgenomen, verweven met de hoofdlijn van de cursus. Een van de appendices bevat uitwerkingen van geselecteerde opgaven.

Kalender

14 april 1993: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
15 en 16 april 1993: Amsterdam, Nederlands Mathematisch Congres. Zie Euclides 68-6 blz. 169.
24 april 1993: Utrecht, Studiedag van de werkgroep Vrouwen en Wiskunde. Zie blz. 207.
12 mei 1993: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
15 mei 1993: Diverse plaatsen, Examenbesprekingen havo A. Zie blz. 222.
21 mei 1993: Diverse plaatsen, Examenbesprekingen vwo A. Zie blz. 222.
26 mei 1993: Diverse plaatsen, Examenbesprekingen lbo/mavo C-D. Zie blz. 222.
29 mei 1993: Diverse plaatsen, Examenbesprekingen vwo B en havo B. Zie blz. 222.
9 juni 1993: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
17 september 1993: tweede ronde Wiskunde Olympiade in de Technische Universiteit te Eindhoven.

Inhoud